

STATISTISCHE EIGENSCHAFTEN DER ENERGIEDISSIPATION

Carl Freytag

1976



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41555611_0066

Statistische Eigenschaften der
Energiedissipation

Inaugural-Dissertation

zur
Erlangung des Doktorgrades
des

Fachbereichs Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität
zu München

vorgelegt von

Carl Freytag
aus Plauen
14.5. 1976

1. Berichterstatter: Prof. Dr. G. Hofmann
2. Berichterstatter: Prof. Dr. J. Egger
Tag der mündlichen Prüfung: 6.7.1976



Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	2
Zusammenfassung	5
1. Einleitung	6
2. Energiehaushalt der Atmosphäre und Dissipation	9
21. Kontinuitätsgleichung	9
22. Bewegungsgleichung	10
23. Energiebilanzgleichungen	11
231. Bilanzgleichung der kinetischen Energie	11
232. Bilanzgleichung der inneren Energie	12
24. Mittelwertbildung	13
25. Rolle der Dissipation im Energiehaushalt der Atmosphäre	16
251. Dissipation bei homogener Turbulenz	18
252. Dissipation bei isotroper Turbulenz	19
26. Dissipation in der atmosphärischen Grenzschicht	19
261. Terme der Bilanzgleichung der kinetischen Energie	20
262. Terme der Bilanzgleichung der inneren Energie	22
3. Dissipation als turbulente Größe	23
31. Begriffsbestimmungen	23
311. Strukturfunktionen	23
312. Spektren	23
313. Beziehung zwischen Strukturfunktionen und Spektren	26
314. Verteilungen und Momente	26
32. Ähnlichkeitstheorie	27
321. KOLMOGOROV's 1st und 2nd law	27
322. Strukturfunktionen höherer Ordnung	28
33. Lognormal-Hypothese (LNH, KOLMOGOROV's 3rd law)	29
331. Folgerungen aus der Lognormal-Hypothese	31
3311. Folgerungen aus der Annahme einer Lognormal- verteilung von ϵ_r	31
3312. Folgerungen aus der Annahme über die Varianz von $\ln \epsilon_r$	32
332. Auswirkungen auf Strukturfunktionen und Spektren	33
333. Intermittency	35
3331. Auswirkungen der Intermittency auf Ver- teilungen und Momente	36
3332. Auswirkungen der Intermittency auf das Spektrum	37
34. Modelle für das Verhalten der Dissipation	38
341. Ältere Modellansätze	38

342. Kaskadenmodelle	40
3421. Kaskadenmodell nach NOVIKOV u. STEWART	40
3422. Kaskadenmodell nach GURVICH u. YAGLOM	43
343. Vortex-Stretching-Modelle	47
35. Experimentelle Überprüfungsmöglichkeiten der LNH und der Modelle	51
4. Experimentelle Erfassung der Dissipation	53
41. Erfassung des Mittelwerts der Dissipation	53
42. Erfassung der Momentanwerte der Dissipation	54
421. Methoden anderer Autoren	54
422. Eigene Methoden	55
5. Experimentelle Untersuchungen	57
51. Aufbauplatz	57
52. Meßsystem	58
521. Freilandexperimente Herbst 1972/ Sommer 1973	58
522. "Schnelle" Messungen	58
5221. "Schneller" Wind	58
a) Dreifach-Meßfühler	58
aa) Aufbau	60
ab) Bestimmung des Windvektors	62
b) Windfahne	64
c) Spezielle Meßfühleranordnung und Meßverfahren zur Dissipationsmessung	65
5222. "Schnelle" Temperatur	66
5223. Mast und Ausleger	66
523. "Langsame" Messungen	67
5231. Windprofil	67
5232. Temperatur- und Feuchteprofil	67
5233. Bodentemperaturprofil	68
5234. Strahlung	68
5235. Background Garching	68
524. Datenerfassungsanlage	68
525. Datenverarbeitung	69
53. Übersicht über die Meßruns	69
6. Ergebnisse	71
61. Verteilungen und Momente	71
611. Geschwindigkeitsgradienten und -differenzen	71
6111. Verteilungen	71
a) Ergebnisse anderer Autoren	71
b) Eigene Ergebnisse	74

6112. Momente	76
a) Ergebnisse anderer Autoren	76
b) Eigene Ergebnisse	79
612. Quadrate von Geschwindigkeitsgradienten und -differenzen	81
6121. Verteilungen	81
a) Ergebnisse anderer Autoren	81
b) Eigene Ergebnisse	83
6122. Momente der Größe	87
a) Ergebnisse anderer Autoren	87
b) Eigene Ergebnisse	87
6123. Momente des Logarithmus der Größe	87
a) Ergebnisse anderer Autoren	87
b) Eigene Ergebnisse	88
62. Intermittency	89
63. Strukturfunktionen	93
a) Ergebnisse anderer Autoren	93
b) Eigene Ergebnisse	95
64. U-Spektren	97
65. Spektren von Gradienten und Dissipationsspektren	98
651. Spektren von Gradienten	98
652. Spektren von höheren Potenzen der Gradienten, Dissipationsspektren	98
a) Ergebnisse anderer Autoren	98
b) Eigene Ergebnisse	99
66. Weitere Methoden zur Überprüfung der LNH	102
661. Bestimmung von Breakdown-Koeffizienten	102
662. Bestimmung der universellen Konstante μ aus K_u	103
67. Anmerkungen zu Fehlermöglichkeiten bei den einzelnen Methoden	104
671. Verteilungen und Momente	104
672. Strukturfunktionen und Spektren	106
68. Übersicht über die Ergebnisse	106
a) Ergebnisse anderer Autoren	106
b) Eigene Ergebnisse	108
7. Schlußanmerkungen	109
8. Literaturverzeichnis	111
9. Definitionen, Bezeichnungen und Schreibweisen	125
Lebenslauf	129

Zusammenfassung

Von der wachsenden Bedeutung ausgehend, die mikrometeorologische Fragestellungen im Rahmen der Meteorologie einnehmen, wurden von der Arbeitsgruppe Mikrometeorologie des Meteorologischen Instituts der Universität München in den Jahren 1972 - 1975 Freilandexperimente zur Untersuchung des Energiehaushalts und der Turbulenz der atmosphärischen Grenzschicht durchgeführt.

Mit Hilfe der dabei gewonnenen Datensätze wurden die statistischen Eigenschaften der Energiedissipation untersucht, einer Größe, die im Energiehaushalt der Atmosphäre eine entscheidende Rolle spielt. Für das Verhalten der Dissipation wurden 1961 von KOLMOGOROV und OBUKHOV Hypothesen aufgestellt, die auch die Ergebnisse der für die Turbulenztheorie grundlegenden Ähnlichkeitstheorie beeinflussen. Modelle, die auf diesen Hypothesen aufbauen, versuchen den Kaskadenprozeß der atmosphärischen Turbulenz (Übergang von größeren Wirbeln zu kleineren Wirbeln) und das intermittierende Verhalten vieler turbulenter Größen (Konzentration auf engumgrenzte Gebiete des Raums) zu erklären und Aussagen über statistische Eigenschaften dieser Größen wie Spektren, Strukturfunktionen, Häufigkeitsverteilungen und Momente zu machen.

Für die experimentelle Untersuchung der Dissipation wurde ein Meßverfahren entwickelt, mit dem die Messungen von Momentanwerten dieser Größe möglich war. So konnten erstmals Näherungen umgangen werden, die bisher zur experimentellen Überprüfung der Modellansätze verwendet werden mußten. Mit den auf diese Weise gewonnenen Zeitreihen der Dissipation wurden die vorliegenden Modelle und Hypothesen überprüft. Die Ergebnisse zeigen, daß die Hypothesen von KOLMOGOROV und OBUKHOV und die auf dem Kaskadenprozeß beruhenden Modelle durch die Messungen bestätigt werden. Die hier direkt gemessenen Werte stimmen mit den Modellen besser überein als die Näherungen für die Dissipation, wie sie von anderen Autoren gemessen werden und wie sie zum Vergleich auch aus den eigenen Messungen berechnet wurden.

1. Einleitung

Die Vorgänge in der atmosphärischen Grenzschicht sind in den letzten Jahren mehr und mehr in den Vordergrund der meteorologischen Forschung gerückt.

Durch die wachsende Kenntnis der Wechselwirkung zwischen Vorgängen verschiedener Größenordnung (Scale-Interaction) sind auch die Grenzen der jeweiligen Arbeitsgebiete fließend geworden, und die Fragestellungen aus dem Bereich der Mikrometeorologie gewinnen für andere Bereiche meteorologischer Forschung zunehmend an Bedeutung.

Im Rahmen dieser Entwicklung wurde von der Arbeitsgruppe für Mikrometeorologie des Meteorologischen Instituts der Universität München in den späten 60er Jahren ein Projekt in Angriff genommen, das der Erforschung der Energieumsätze in der atmosphärischen Grenzschicht dienen sollte.

Ausgangspunkt der Untersuchungen waren drei verschiedene Formulierungen des Energiesatzes, die als Ordnungsprinzip für die Untersuchung des Energiehaushalts der atmosphärischen Grenzschicht geeignet sind: Die

- Gleichung für den Energiehaushalt der Erdoberfläche, die
- Gleichung für den thermodynamischen Energiehaushalt eines Luftvolumens und die
- Gleichung für turbulente Energie (KRAUS (1970)).

Es sollte versucht werden, die in diesen Gleichungen auftretenden Größen simultan zu erfassen und so einerseits die Überprüfung dieser Ansätze zu ermöglichen und andererseits Parametrisierungsmöglichkeiten zu finden, das heißt in diesem Zusammenhang, "subskalige" Größen (mit einer charakteristischen Längenskala zwischen etwa 1 mm und 5 m) durch "skalige" Größen (mit einer charakteristischen Längenskala $\geq$ 5 m) zu beschreiben.

Ein weiterer Schwerpunkt war die Untersuchung des zeitlichen Ablaufs und der räumlichen Struktur der Turbulenz in der atmosphärischen Grenzschicht.

Eine entscheidende Rolle in der atmosphärischen Turbulenz und im Energiehaushalt der Atmosphäre spielt dabei die Energiedissipation, die den Anteil der kinetischen Energie beschreibt, der durch die Viskosität in innere Energie übergeführt wird. Dies war die Rechtfertigung zu einer eingehenden Untersuchung dieser Größe.

In Anlehnung an die Dissipation kinetischer Energie, die man auch als Abbau von Inhomogenitäten des Geschwindigkeitsfeldes beschreiben kann (dissipō, lat.=zerstreuen), wird auch eine "Temperatur-Dissipation" definiert, die den Abbau von Inhomogenitäten im Temperaturfeld beschreibt.

Die Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit beschränken sich jedoch auf die Dissipation kinetischer Energie, i.f. kurz als Dissipation bezeichnet.

Auch die absoluten Werte der Dissipation und die übrigen gemessenen Größen, die in die Grundgleichungen eingehen, waren in diesem Zusammenhang nur am Rande von Interesse.

Die Untersuchungen der Münchner Arbeitsgruppe wurden in 5 Abschnitten durchgeführt:

- | | |
|-------------------------------|--|
| Abschnitt 1: 1968-1972 | Aufbau und Erprobung der Meßsysteme, Integrierung in die Datenerfassungsanlage |
| Abschnitt 2: 2.10.-29.11.1972 | Freilandexperiment bei Garching:
a) Erprobung von Meßanlage und Rechenprogrammen
b) Untersuchung der Turbulenzstruktur (Spektren, Cospektren von u, v, w, T ; s. FIEDLER u. FREYTAG (1974a,b)) |
| Abschnitt 3: 18.6.-21.7.1973 | Freilandexperiment bei Garching: Statistische Eigenschaften der Energiedissipation (siehe dazu auch FREYTAG (1974)) |

- Abschnitt 4: 16.4.-29.4.1974 GREIV I (Grenzschicht - Instrumentelle Vermessung) bei Meppen/Ems:
(unter Beteiligung von 17 Gruppen aus der Bundesrepublik und Italien)
- a) Simultane Erfassung der Terme der 3 Grundgleichungen (isb. der turbulenten Flüsse)
 - b) Anschluß an die EKMAN-Schicht
 - c) Vergleichsmessungen
- Abschnitt 5: 28.7.-22.8.1975 Freilandexperiment SUMEX bei Garching:
- a) Untersuchung der räumlichen Struktur der Turbulenz anhand von Korrelationen von u, v, w und T in x -, y - und z -Richtung
 - b) Erstellung langer Zeitreihen von u und T

Die Messungen von Abschnitt 3, teilweise ergänzt durch Messungen aus Abschnitt 2, sind Grundlage für diese Arbeit.

Alle oben angeführten Messungen beschränken sich auf die PRANDTL-Schicht, die bis in eine Höhe von einigen Dekametern reicht. Die Messungen der turbulenten Größen für diese Arbeit wurden in 5 m Höhe vorgenommen.

In den folgenden Abschnitten soll die Rolle der Dissipation im Energiehaushalt der Atmosphäre dargestellt werden. Dabei sollen die Folgerungen deutlich werden, die sich aus den statistischen Eigenschaften der Dissipation für die übrigen Größen ergeben. In den Abschnitten 4 und 5 werden die Möglichkeiten der experimentellen Erfassung beschrieben. Die Ergebnisse aus eigenen Untersuchungen und von anderen Autoren sind in Abschnitt 6 zusammengestellt.

Soweit Symbole, Zeichen und weniger gebräuchliche Ausdrücke nicht unmittelbar im Text erklärt sind, verweise ich auf Abschnitt 9.

2. Energiehaushalt der Atmosphäre und Dissipation

Die Bedeutung der Dissipation im Energiehaushalt der Atmosphäre soll anhand der Bilanzgleichungen für kinetische und innere Energie deutlich gemacht werden. An ihnen kann gezeigt werden, wie über die Dissipation beide Gleichungen gekoppelt sind und welche Rolle die Dissipation für den Energiehaushalt der mittleren Strömung und für den der turbulenten Zusatzbewegungen spielt.

Ausgangspunkt der folgenden Überlegungen sind die Erhaltungssätze für Masse, Impuls und Energie. Diese sind in der Kontinuumsmechanik als Kontinuitätsgleichung (=Massenerhaltungssatz), Bewegungsgleichung (=Impulserhaltungssatz) und Energiebilanzgleichung (=Energieerhaltungssatz) formuliert.

Unter Einbeziehung der Kontinuitätsgleichung erhält man aus den beiden letzten Gleichungen die Bewegungsgleichung in der Impulsstromform und die Energiebilanzgleichung für ein Luftvolumen.

Von diesen beiden Gleichungen soll hier ausgegangen werden. Zur Ableitung sei auf ROTTA (1972), S.42 ff. verwiesen.

Alle weiteren Überlegungen beziehen sich ebenso wie die experimentellen Untersuchungen auf die PRANDTL-Schicht. Die Ausdehnung dieser Schicht wird durch die Bedingung definiert, daß alle turbulenten Flüsse sich nur um 10% ändern dürfen. Der Einfluß der Erdrotation kann in der PRANDTL-Schicht vernachlässigt werden.

21. Kontinuitätsgleichung =====

Die Kontinuitätsgleichung, die weiter unten noch benötigt wird, lautet

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (2.1)$$

22. Bewegungsgleichung

=====

Die Bewegungsgleichung (auch NAVIER-STOKES-Gleichung) für u_i lautet in der Impulsstromform

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) = - \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) - \frac{\partial}{\partial x_i} p + \frac{\partial}{\partial x_j} s_{ij} - \rho \frac{\partial}{\partial x_i} \phi \quad (2.2)$$

- mit I) lokale zeitliche Änderung der Impulsdichte
 II) Divergenz des Impulsstroms (mit dem Impulsstromtensor $\rho u_i u_j$), Mitführung von spezifischem Impuls u_i mit dem Massenstrom ρu_j .
 III) Druckgradient
 IV) Divergenz des molukularen Reibungstensors. Für NEWTON'sche inkompressible Flüssigkeiten gilt in divergenzfreier Strömung der Ansatz von STOKES:

$$s_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.3)$$

μ ist dabei die dynamische Zähigkeit

- V) Dichte der Schwerkraft

Hier, wie in der übrigen Arbeit, gilt die EINSTEIN'sche Summenkonvention: Ober Indizes, die in einem Term doppelt auftreten ist zu summieren. So gilt z.B.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) &= \sum_{j=1,2,3} \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} (\rho u_i u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho u_i v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_i w) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Die Terme der Gleichung (2.2) haben die Dimension einer Kraftdichte (Kraft/Volumen):

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) \right] \cdot [\rho] [u_i] / [t] &= \text{kg m}^{-3} \cdot \text{ms}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \\ &= \text{kg m s}^{-2} \cdot \text{m}^{-3} = \text{kg m}^{-2} \text{s}^{-2} \end{aligned} \quad (2.5)$$

23. Energiebilanzgleichungen

Hier soll an Stelle einer Formulierung des Energieerhaltungssatzes als Gesamtenergiebilanzgleichung ein anderer Weg gewählt werden, der die Bilanzgleichungen für einzelne Energieformen liefert (kinetische Energie, innere Energie, potentielle Energie). Die Gesamtenergiebilanzgleichung erhält man dann durch Addition aller Einzelgleichungen.

Die getrennte Betrachtung der einzelnen Energiebilanzen ist sinnvoll, da viele Vorgänge schon durch die Bilanzgleichung einer Energieform beschrieben werden können.

231. Bilanzgleichung der kinetischen Energie

Aus der Bewegungsgleichung in Impulsstromform erhält man die Bilanzgleichungen für die Größen $u_i u_j$, indem man (2.2) skalar mit u_j , dann die für u_j geschriebene Gleichung (2.2) skalar mit u_i multipliziert, beide Gleichungen unter Beachtung der EINSTEIN'schen Summenkonvention addiert und dabei die Kontinuitätsgleichung (2.1) berücksichtigt:

$$u_j \left[\frac{\partial}{\partial t} (\varrho u_i) \right] = u_j \left[- \frac{\partial}{\partial x_k} (\varrho u_i u_k) - \frac{\partial}{\partial x_i} p + \frac{\partial}{\partial x_k} s_{ik} - \varrho \frac{\partial}{\partial x_i} \phi \right] \quad (2.7)$$

$$u_i \left[\frac{\partial}{\partial t} (\varrho u_j) \right] = u_i \left[- \frac{\partial}{\partial x_k} (\varrho u_j u_k) - \frac{\partial}{\partial x_j} p + \frac{\partial}{\partial x_k} s_{jk} - \varrho \frac{\partial}{\partial x_j} \phi \right] \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\varrho u_i u_j) = & - \frac{\partial}{\partial x_k} (\varrho u_i u_j u_k) - u_j \frac{\partial}{\partial x_i} p - u_i \frac{\partial}{\partial x_j} p + u_j \frac{\partial}{\partial x_k} s_{ik} + u_i \frac{\partial}{\partial x_k} s_{jk} \\ & - \varrho u_j \frac{\partial}{\partial x_i} \phi - \varrho u_i \frac{\partial}{\partial x_j} \phi \end{aligned} \quad (2.9)$$

- mit
- I) lokale zeitliche Änderung der Dichte der inneren Energie
 - II) Divergenz der Stromdichte der inneren Energie (Mitführung spezifischer innerer Energie $c_v T$ durch den Massenstrom ρu_i)
 - III) Produktion innerer Energie durch Kompression (Divergenz der Strömung im Druckfeld)
 - IV) Produktion innerer Energie durch das Zusammenwirken der Windfeldinhomogenitäten mit der molekularen Reibung
 - V) Divergenz der von molekularer Wärmeleitung und Strahlung bewirkten Energieströme

Die Dimension der Terme ist wie in (2.9) $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-3}$

Der Term IV) wird als Dissipation oder Dissipationsfunktion ψ bezeichnet und ist wegen (2.3)

$$\psi = \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\mu}{2} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right]^2. \quad (2.13)$$

24. Mittelwertbildung

=====

Zur Verdeutlichung der physikalischen Vorgänge, die durch die Gleichungen (2.10) und (2.12) beschrieben werden ist es oft zweckmäßig, die Größen in Mittelwert und diesem überlagerte Schwankungen zu zerlegen. Dieses Vorgehen ist sinnvoll, wenn deutlich Bereiche verschiedener Größenordnung ("Scales") voneinander getrennt sind. Als Mittelungslänge (im Ortsraum) oder Mittelungszeit (im Zeitraum) ist dann der Kehrwert der Wellenzahl bzw. Frequenz zu nehmen, bei der die spektrale Verteilung ein Minimum aufweist ("Spectral Gap") und somit die verschiedenen Bereiche getrennt sind.

Für meteorologische Vorgänge in der atmosphärischen Grenzschicht wurde ein solcher Gap bei Zeiten von $\approx 20 - 30$ Minuten für die wichtigsten Größen nachgewiesen (so für die u_z und T). Dies entspricht räumlichen Abmessungen von einigen km.

Bei der Mittelwertbildung müssen zwei verschieden definierte Mittelwerte unterschieden werden:

I) Einfaches zeitliches Mittel:

$$\alpha = \bar{\alpha} + \alpha' \quad \text{mit} \quad \bar{\alpha} = \frac{1}{T} \int_0^T \alpha(t) dt \quad (2.14)$$

II) Gewichtetes zeitliches Mittel:

$$\alpha = \tilde{\alpha} + \alpha'' \quad \text{mit} \quad \tilde{\alpha} = \frac{\bar{\alpha}}{\bar{\beta}} \quad (2.15)$$

Die Verwendung gewichteter Mittel führt in vielen Fällen zu übersichtlicheren Formulierungen der Gleichungen. In weiten Bereichen der Meteorologie, so auch bei Untersuchungen der Dynamik der PRANDTL-Schicht, setzt man oft $\beta = \bar{\beta} + \beta' \approx \bar{\beta}$, sodaß nicht mehr zwischen den beiden Mittelungen unterschieden werden muß. Die Auswirkungen dieser Annahme sind jedoch nicht immer vernachlässigbar und müssen im einzelnen untersucht werden.

Die nach (2.14) und (2.15) in Mittelwert und turbulente Zusatzgröße zerlegten Terme der Bilanzgleichungen werden dann zeitlich gemittelt, sodaß man letztlich zwei Sätze von prognostischen Gleichungen - für die Mittelwerte und für die turbulenten Zusatzgrößen - erhält.

Die Anwendung der Mittelungsoperationen auf (2.10) und (2.12) soll hier nicht im einzelnen durchgeführt werden (siehe dazu z.B. CEBECI u. SMITH (1974), S.48 ff.). Sie führt u.a. zur Bilanzgleichung für die kinetische Energie der mittleren Strömung, zur Bilanzgleichung für die kinetische Energie der turbulenten Zusatzbewegung (kurz: Gleichung der turbulenten Energie) und zur Bilanzgleichung für die mittlere innere Energie eines Luftvolumens.

In all diesen Gleichungen tritt als Folge von Zerlegungen nach (2.14) und anschließender zeitlicher Mittelung als neuer Term zusätzlich zum Tensor S_{ij} der molekularen Reibung der Schubspannungstensor $\tau_{ij} = -\overline{\rho u_i' u_j'}$ auf.

Um die erhaltenen Gleichungssysteme schließen zu können ("Closure problem"), kann versucht werden, den aus subskaligen Größen (u_i' , u_j') gebildeten Tensor τ_{ij} durch skalige Größen (z.B. $\partial \bar{u}_i / \partial x_j$) zu parametrisieren.

Aus (2.10) erhält man nach Zerlegung und Mittelung und nach Abzug der Gleichung für die kinetische Energie der mittleren Strömung als Gleichung der turbulenten Energie

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\overline{\frac{1}{2} \rho u_i'^2} \right) = & \underbrace{- \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{u}_j \left(\overline{\frac{1}{2} \rho u_i'^2} \right)}_{\text{II}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} u_j' \left(\overline{\frac{1}{2} \rho u_i'^2} \right)}_{\text{III}} - \underbrace{\overline{u_i' \frac{\partial \rho}{\partial x_i}}}_{\text{IV}} \\ & + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \overline{u_i' S_{ij}}}_{\text{V}} - \underbrace{\tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}}_{\text{VI}} - \underbrace{S_{ij} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}}_{\text{VII}} - \underbrace{\overline{S' u_i' \frac{\partial \Phi}{\partial x_i}}}_{\text{VIII}} \end{aligned} \quad (2.16)$$

mit I) lokale zeitliche Änderung der mittleren Dichte der turbulenten Energie

II,III) Divergenzterme:

Divergenz der Stromdichte der turbulenten Energie (Mitführung der spezifischen turbulenten Energie $\frac{1}{2} u_i'^2$ mit dem mittleren Massenstrom $\rho \bar{u}_j$ und mit dem turbulenten Massenstrom $\rho u_j'$ (III))

IV) Druckterm:

Arbeitsleistung des Druckgefälles an den turbulenten Bewegungen

V) Divergenz des durch molekulare Reibung und turbulente Bewegung bewirkten Stroms mechanischer Energie $\overline{u_i' S_{ij}}$.

VI) Mechanischer Produktionsterm:

Umwandlung kinetischer Energie der mittleren Strömung in turbulente Energie

VII) Dissipationsterm:

Umwandlung turbulenter Energie in innere Energie

VIII) Thermischer Produktionsterm

Auf dieselbe Weise erhält man als Gleichung der inneren Energie

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\varrho} c_v \bar{T}) = & \underbrace{- \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\varrho} c_v \bar{u}_j \bar{T})}_{\text{II}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} (\varrho c_v u_j' T')}_{\text{III}} - \underbrace{p \frac{\partial u_j'}{\partial x_j}}_{\text{IV}} \\ & - \underbrace{\bar{p} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j}}_{\text{V}} + \underbrace{s_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}}_{\text{VI}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} q_j}_{\text{VII}} \end{aligned} \quad (2.17)$$

- mit I) lokale zeitliche Änderung der mittleren inneren Energie
- II) Divergenz der Stromdichte der mittleren inneren Energie $\bar{\varrho} c_v \bar{u}_j \bar{T}$, Mitführung der spezifischen mittleren inneren Energie $c_v \bar{T}$ mit dem mittleren Massenstrom $\bar{\varrho} \bar{u}_j$
- III) Divergenz der Stromdichte der turbulenten inneren Energie $\varrho c_v u_j' T'$. Mitführung der spezifischen turbulenten inneren Energie $c_v T'$ mit dem turbulenten Massenstrom $\varrho u_j'$
- IV,V) entsprechen dem Druckterm in (2.16)
- VI) Dissipationsterm:
Umwandlung turbulenter Energie und mittlerer kinetischer Energie in innere Energie
- VII) Divergenz der von molekularer Wärmeleitung und Strahlung bewirkten Energieströme

25. Rolle der Dissipation im Energiehaushalt der Atmosphäre

=====

Addiert man die zeitlich gemittelten Gleichungen (2.10) und (2.12), so sieht man, daß die Terme III) und IV) der Bilanzgleichung der kinetischen Energie mit den Termen III) und IV) der Bilanzgleichung der inneren Energie zusammengefaßt werden können. Dabei werden hier noch keine Zerlegungen der Größen nach (2.14) oder (2.15) vorgenommen.

$$\begin{array}{l} \text{Bilanzgleichung der} \\ \text{kinetischen Energie} \end{array} \quad - u_i \frac{\partial}{\partial x_i} p \quad + \quad u_i \frac{\partial}{\partial x_j} s_{ij} \quad (2.18)$$

$$\begin{array}{l} + \text{Bilanzgleichung der} \\ \text{inneren Energie} \end{array} \quad - p \frac{\partial}{\partial x_i} u_i \quad + \quad s_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} u_i \quad (2.19)$$

$$- \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i p) \quad + \quad \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i s_{ij}) \quad (2.20)$$

Die Divergenz des durch die molekulare Reibung und die turbulente Bewegung bewirkten Stroms mechanischer Energie $\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i s_{ij}})$ ist aber, wie Abschätzungen zeigen (siehe KRAUS (1972)), oft vernachlässigbar.

Wegen $\overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_j} s_{ij}} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i s_{ij}}) - \overline{s_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} u_i}$ folgt $\overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_j} s_{ij}} = - \overline{s_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} u_i}$. Die Dissipation steht also in der Bilanzgleichung der kinetischen Energie und in der Bilanzgleichung der inneren Energie mit jeweils umgekehrtem Vorzeichen. Die Dissipation verknüpft so kinetische mit innerer Energie und ist ein Maß für die Umwandlung kinetischer in innere Energie. (2.13) zeigt, daß die Dissipation eine positiv definite Größe ist, und somit die Umwandlung stets von kinetischer in innere Energie verläuft und nicht umgekehrt.

Auch der Term $\overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_i} p}$ verknüpft die Bilanzgleichung der kinetischen Energie mit der Bilanzgleichung der inneren Energie.

Es gilt

$$\overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_i} p} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u_i p}) - \overline{p \frac{\partial}{\partial x_i} u_i} \quad (2.21)$$

d.h. die Erzeugung kinetischer Energie erfolgt einmal aus der Umgebung (Divergenzterm $\frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u_i p})$), zum anderen aus innerer Energie ($-\overline{p \frac{\partial}{\partial x_i} u_i}$). Dieser zweite Term tritt daher als Verlust innerer Energie (negatives Vorzeichen) in der Bilanzgleichung der inneren Energie auf. Dies ist auch der Grund, daß $\overline{u_i \frac{\partial}{\partial x_i} p}$ thermischer Produktionsterm genannt wird.

Über den Term $\frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{u_i p})$ liegen nur wenige Messungen vor (siehe 26.), doch darf er sicher nicht vernachlässigt werden, wie es häufig getan wird.

Durch die Zerlegung der u_i nach (2.14) kann die zeitlich gemittelte Dissipation in zwei Anteile zerlegt werden: die Umwandlung mittlerer kinetischer Energie in innere Energie (E) und die Umwandlung turbulenter kinetischer Energie in innere Energie (ϵ). Mit dem Ansatz $\overline{\Psi} = \frac{2}{3} (E + \epsilon)$ und (2.13) erhält man

$$\bar{g}E = \mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = \frac{\mu}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)^2 \quad (2.22)$$

$$\text{und } \overline{gE} = \mu \overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} = \frac{\mu}{2} \overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2} \quad (2.23)$$

Hier zeigen Abschätzungen (KRAUS (1972)), daß $E \ll \bar{E}$ ist und so gegenüber $\bar{E}$ vernachlässigt werden kann. Alle weiteren Überlegungen und Untersuchungen beschäftigen sich mit der nach (2.23) definierten turbulenten Dissipation ϵ . Auch die Untersuchung der statistischen Eigenschaften der Momentanwerte bezieht sich auf die nach (2.23) definierte Größe ϵ , wobei die Striche zur Kennzeichnung der u_i i.f. weggelassen sind.

251. Dissipation bei homogener Turbulenz

Hat ein turbulentes Strömungsfeld an jeder Stelle des Raums die gleiche Struktur, d.h. sind alle statistischen Größen ortsunabhängig, so spricht man von homogener Turbulenz (Ortsinvarianz). Für homogene Turbulenz gilt $\bar{u}_i = \text{const}$ und $\partial(\bar{u}_i)/\partial x_i = 0$, wobei für a Geschwindigkeitskomponenten und Produkte von Geschwindigkeitskomponenten stehen können. Weiter gilt $\partial u_i / \partial x_i = 0$ und $\overline{u_i \partial u_i / \partial x_j} = 0$ (BATCHELOR (1956), ROTTA (1972), S.64ff.).

Daraus folgt

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = \frac{\partial^2 (u_i u_j)}{\partial x_j \partial x_i} - u_j \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_i} - u_i \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_j \partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.24)$$

und (2.23) vereinfacht sich (nach Weglassung der Striche für die turbulenten Größen) zu

$$\overline{gE} = \mu \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} \quad (2.25)$$

252. Dissipation bei isotroper Turbulenz

Man spricht von isotroper Turbulenz, wenn die Mittelwerte von Funktionen, die aus Geschwindigkeitskomponenten gebildet werden neben der Ortsinvarianz invariant gegen Drehungen des Koordinatensystems sind. Der Geschwindigkeitskorrelationstensor

$$B_{ij}(\vec{r}) = \overline{u_i(\vec{x}) u_j(\vec{x} + \vec{r})} \quad (2.26)$$

hat für isotrope Turbulenz die einfache Form

$$B_{ij}(\vec{r}) = \overline{u^2} \left[\delta_{ij} - \frac{1}{\lambda^2} \left(\delta_{ij} r^2 - \frac{r_i r_j}{2} \right) \right] \quad (2.27)$$

Mit

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_\ell} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} = - \frac{\partial^2 B_{ij}(0)}{\partial r_\ell \partial r_k} = \frac{\overline{u^2}}{\lambda^2} \left[2 \delta_{ij} \delta_{\ell k} - \frac{1}{2} (\delta_{i\ell} \delta_{jk} + \delta_{ik} \delta_{j\ell}) \right] \quad (2.28)$$

und mit

$$-\overline{u^2} / \lambda^2 = \overline{(\partial u / \partial x)^2} \quad (2.29)$$

folgen aus (2.25) die Beziehungen

$$\overline{\epsilon} = 15 \mu \overline{\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2} \quad \text{und} \quad \overline{\epsilon} = 15 \mu \overline{\left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2} \quad (2.30)$$

$$(2.31)$$

Es sei noch besonders darauf hingewiesen, daß (2.25), (2.30) u. (2.31) nur für die zeitlichen Mittelwerte von ϵ gelten. Die Momentanwerte der Dissipation sind jedoch auch bei homogener und isotroper Turbulenz durch (2.23) bzw. (2.13) gegeben. Daher sind (2.30) und (2.31) als Ansatz für die Bestimmung statistischer Eigenschaften von ϵ nur bedingt geeignet.

Während homogene Turbulenz nur in Strömungen hinter Gittern annähernd verwirklicht werden kann, ist die Annahme lokaler Homogenität und Isotropie als erster Ansatz für die atmosphärische Turbulenz in vielen Fällen erfüllt (Lokal heißt hier: in Bereichen, die klein gegen die Abmessungen der Strömung sind).

26. Dissipation in der atmosphärischen Grenzschicht

=====

Über Messungen der Terme der Bilanzgleichungen liegen zahlreiche Arbeiten vor. Eine Zusammenfassung der Ergebnisse von Abschätzungen und Messungen für die PRANDTL-Schicht soll zeigen, welche Rolle die Dissipation im Energiehaushalt dieser Schicht spielt.

261. Terme der Bilanzgleichung der kinetischen Energie

Zur Bilanzgleichung der kinetischen Energie liegen Messungen und Abschätzungen vor allem für die Terme der Gleichung für turbulente Energie vor. Da, wie schon oben angegeben, die Dissipation mittlerer kinetischer Energie in innere Energie gegenüber der Dissipation turbulenter kinetischer Energie vernachlässigbar ist, soll hier auch nur auf die Terme von (2.16) eingegangen werden.

Die folgenden Abschätzungen beziehen sich auf Messungen von WYNGAARD u. COTÉ (1971) und McBEAN u. ELLIOTT (1975) und beschränken sich auf Meßhöhen zwischen 5 m und 10 m. Außerdem werden Stationarität und horizontale Homogenität angenommen.

Die Terme von (2.16) können mit $\frac{\kappa z}{\bar{s} u_*^2}$ dimensionslos gemacht werden. Dies ist nach dem Ansatz der MONIN-OBUKHOV-Theorie möglich. Die Terme können dann als Funktionen von z/L_* dargestellt werden. In diesem Normierungsfaktor sind

$\kappa = 0.4$ die VON KÁRMÁN-Konstante,

z die Meßhöhe,

$u_* = \sqrt{u'w'}$ die Schubspannungsgeschwindigkeit und

$\bar{s}$ die Dichte.

Die in Abb. 2.1 in Abhängigkeit vom Stabilitätsparameter zusammengestellten Messungen ergeben folgendes Bild: Bei stabiler Schichtung ($z/L_* > 0$) steht der mechanischen Produktion die Dissipation gegenüber. Thermische Produktion (bei stabiler Schichtung eine Aufzehrung turbulenter Energie) und Divergenzterme sind eine Größenordnung kleiner und vernachlässigbar. Spezielle Untersuchungen des Druckterms durch McBEAN u. ELLIOTT (1975) und ELLIOTT (1972 a,b) zeigen, daß er bei stabiler Schichtung ebenfalls gegenüber mechanischer Produktion und Dissipation vernachlässigt werden kann.

Bei labiler Schichtung ($z/L_* < 0$) wird die Summe aus mechanischer und thermischer Produktion von der Dissipation ausgeglichen, die mechanische Produktion verliert gegenüber der thermischen Produktion mit wachsender Labilität an Bedeutung.

Druckterm und Divergenzterme sind von gleicher Größenordnung und verschiedenem Vorzeichen (Druckterm: Produktion turbulenter Energie) und somit im Gleichgewicht. Sie können aber gegenüber den anderen Größen nicht vernachlässigt werden, wie dies mangels Messungen oft gemacht wird.

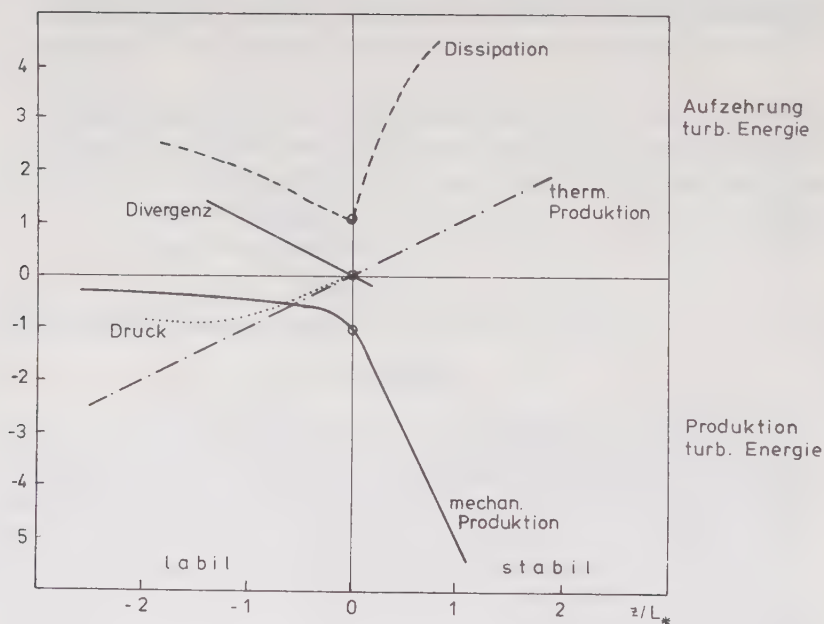


Abb. 2.1 Terme der Gleichung für turbulente Energie (2.16), mit $z/\bar{\epsilon} u_*^3$ dimensionslos gemacht

Eine Vorstellung von der Größenordnung erhält man, wenn man von den dimensionslosen Größen wieder auf die Größen der Einheit $\text{m}^2 \text{s}^{-3}$ oder wie in (2.16) $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-3}$ bzw. $\text{g cm}^{-1} \text{s}^{-3}$ übergeht. Mit $(\kappa \bar{z} / u_*^3) \epsilon = 1$ (neutrale Schichtung), $\kappa = 0.4$, $\bar{z} = 5 \text{ m}$ und $u_* = 0.3 \text{ m s}^{-1}$ erhält man

$$\epsilon = 0.0135 \text{ m}^2 \text{s}^{-3} = 135 \text{ cm}^2 \text{s}^{-3}$$

$$\rho \epsilon = 0.0175 \text{ kg m}^{-1} \text{s}^{-3} = 0.175 \text{ g cm}^{-1} \text{s}^{-3}$$

Die Beträge der Werte von ϵ und der anderen Terme der Gleichung für turbulente Energie erreichen somit in 5 m Höhe einige $100 \text{ cm}^2 \text{s}^{-3}$.

262. Terme der Bilanzgleichung der inneren Energie

Zu den in der Bilanzgleichung der inneren Energie (2.17) zusätzlich auftretenden Termen I, II, III und VII liegen weit weniger Messungen und Abschätzungen vor. Diese ergeben nach KRAUS (1972) folgendes Bild:

I)	Größenordnung	$\approx 3 \text{ g cm}^{-1} \text{s}^{-3}$
II, III)	Divergenzterme: Größenordnung	$\approx 0.1 \text{ g cm}^{-1} \text{s}^{-3}$
VII)	Divergenz der Strahlungsbilanz; Größenordnung	$\approx 7 \text{ g cm}^{-1} \text{s}^{-3}$

Die Abschätzungen zeigen, daß im Zusammenhang der Bilanzgleichung für innere Energie die Dissipation gegenüber den anderen Termen vernachlässigt werden kann.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß der Energiehaushalt der bodennahen atmosphärischen Grenzschicht fast immer entscheidend durch die Dissipation mitbestimmt wird, die den Ausgleich zu den Produktionstermen bewirkt. Dies wird auch bei der Betrachtung im Wellenzahlbereich deutlich, wo einer Produktion im Bereich kleiner Wellenzahlen eine Vernichtung turbulenter Energie (d.h. Umwandlung in innere Energie) im Bereich großer Wellenzahlen gegenübersteht.

Es sei nochmals betont, daß die oben angestellten Überlegungen und Abschätzungen für die PRANDTL-Schicht gelten und die Höhenabhängigkeit der einzelnen Terme zu berücksichtigen ist.

3. Dissipation als turbulente Größe

Um aus den bei Turbulenzmessungen anfallenden großen Datenmengen wesentliche Aussagen zu erhalten stehen zwei Techniken im Vordergrund, deren Definitionen und Darstellungsweisen in 31. angegeben werden:

- 1) Transformation vom Zeit-oder Ortsraum in den Frequenz- oder Wellenzahlraum (Strukturfunktionen, Spektren), i. a. unter Vernachlässigung der Phasenabhängigkeit und Beschränkung auf die Energieverteilung über die Frequenzen.
- 2) Reduktion auf Häufigkeitsverteilungen und deren Momente ohne Berücksichtigung des Zeitablaufs des physikalischen Prozesses.

31. Begriffsbestimmungen =====

.. wenn man einen Rechenschieber besitzt, und jemand kommt mit grossen Behauptungen oder großen Gefühlen, so sagt man: Bitte einen Augenblick, wir wollen vorerst die Fehlergrenzen und den wahrscheinlichsten Wert von alledem berechnen!

311. Strukturfunktionen

ROBERT MUSIL,
Der Mann ohne Eigenschaften

Die Strukturfunktion p. Ordnung einer Meßgröße a ist definiert als

$$D_a^{(p)}(r) = \overline{[a(x+r) - a(x)]^p}. \quad (3.1)$$

Mit r ist eine Distanz in x-Richtung (und damit $\bar{U}$ -Richtung) gemeint. Daneben treten in vielen Beziehungen auch Strukturfunktionen mit einer Distanz senkrecht zur $\bar{U}$ -Richtung sowie "gemischte" Strukturfunktionen aus Differenzen verschiedener Meßgrößen auf. Strukturfunktionen werden mit $(\sigma_a^2)^{p/2}$ oder $(D_a^{(2)})^{p/2}$ normiert (Siehe dazu die Tabelle vor (6.2)).

312. Spektren

Das Spektrum $E'_{aa}(f)$ einer Meßgröße a ist die spektrale Verteilung von σ_a^2 über die Frequenz f. Es gilt für die Zeitreihe a(t) einer Meßgröße a mit einer Korrelationsfunktion $B_{aa}(\tau)$

$$E'_{aa}(f) = \int_0^\infty B_{aa}(\tau) \exp(-2\pi i f \tau) d\tau \quad (3.2)$$

Aus der spektralen Verteilung über die Frequenz erhält man die spektrale Verteilung über die Wellenzahl, die die Grundlage für theoretische Überlegungen ist, mit

$$K \cdot E_{aa}(K) = f \cdot E'_{aa}(f) \quad \text{und} \quad K = \frac{2\pi f}{U} \quad (3.3)$$

(3.4)

Die Normierung erfolgt oft über σ_a^2 wegen den Beziehungen

$$\int_0^\infty E_{aa}(K) dK = \int_0^\infty E'_{aa}(f) df = \sigma_a^2 \quad (3.5)$$

Diese Arbeit befaßt sich nur mit den nach (3.2) und (3.3) definierten ein-dimensionalen Spektren. Das ein-dimensionale Spektrum der Komponente eines Vektors ist mit dem drei-dimensionalen Spektrum des Vektorfeldes bei Isotropie über

$$E_{aa}^{(3)}(K) = \frac{1}{2} K^3 \frac{d}{dK} \left[\frac{1}{K} \frac{d}{dK} E_{aa}(K) \right] \quad (3.6)$$

verbunden (LUMLEY u. PANOFKY(1964), KELLER u. YAGLOM(1970)).

Wie (3.6) zeigt, ändert sich dabei für Spektren, die einem Potenzgesetz folgen, nichts am Exponenten dieses Gesetzes.

Die Berechnung der Spektren in dieser Arbeit erfolgte aus diskreten Zeitreihen $a(t_j)$ der Meßgröße a mit N Messungen in T Sekunden zu den Zeiten $t_j = (j-1) T/N$ mit $j=1, 2, \dots, N$. Aus diesen Messungen erhält man N diskrete FOURIER-Koeffizienten bei den Frequenzen $f_j = (j-1) / T$ (also im Abstand $\Delta f = 1/T$);

$$C(f_j) = c(f_j) + i d(f_j) = \sum_{j=0}^{N-1} a(t_j) \exp(-2\pi i f_j t_j) \quad (3.7)$$

Als Berechnungsalgorithmus wurde die Fast-Fourier-Transform (FFT, siehe COOLEY u. TUKEY(1965), FREYTAG(1972)) verwendet. Aus den nach (3.7) berechneten FOURIER-Koeffizienten erhält man die N Werte des Spektrums

$$E'_{aa}(f_j) = c(f_j)^2 + d(f_j)^2 = |C(f_j)|^2 \cdot \frac{1}{\Delta f} \quad (3.8)$$

Die Normierung erfolgte mit σ_a^2

$$\frac{1}{2} \sum_{j=0}^{N/2} E'_{aa}(f_j) \Delta f = \sigma_a^2 \quad (3.9)$$

Bei einem Meßtakt von 0.01 Sekunden und 4096 Daten je Spektrum erhält man 2048 spektrale Beiträge zwischen 0 Hertz und

der NYQUIST-Frequenz 50 Hertz in Abständen Δf . Bei der Dauer eines Meßruns von etwa 22 Minuten wurde so über ≈ 32 Spektren gemittelt. Zur grafischen Darstellung der Spektren wurde nochmals über 30 Frequenzbänder in logarithmischer Teilung gemittelt. Bei Verwendung der FFT hat jeder berechnete Wert des Spektrums 2 Freiheitsgrade. In Abb. 6.23 sind für 2 Frequenzen die Konfidenzbereiche von 95% eingezeichnet, die man erhält, wenn man die Gesamtzahl der Freiheitsgrade für einen in der Abbildung dargestellten Wert berechnet (siehe BÄTH (1974), S.198):

	dimensions- lose Frequenz n	Anzahl der Spektren über die gemittelt wird	Anzahl der Werte über die gemittelt wird	Zahl der Frei- heitsgrade	Konfidenz- bereich 95%
Bei- spiel 1	0.04	32	1	$32 \cdot 2 = 64$	0.71 - 1.51
Bei- spiel 2	0.25	32	5	$32 \cdot 2 \cdot 5 = 320$	0.87 - 1.17

Als Abszisse wurde die dimensionslose Frequenz $n = f \cdot z / \bar{U}$ (mit z =Meßhöhe und $\bar{U}$ = mittlere Windgeschwindigkeit) gewählt.

In doppeltlogarithmischer Darstellung erscheint eine Abhängigkeit nach einem Potenzgesetz dann als Gerade mit dem Exponenten als Steigung. Diese Steigung wird auch Slope genannt.

Die so definierte spektrale Verteilung einer Meßgröße a nennt man a -Spektrum, man findet jedoch oft auch die Bezeichnung B-Spektrum, wenn $B = \sigma_a^2$ ist.

So findet man für die spektrale Verteilung von σ_u^2 nebeneinander die Bezeichnungen u-Spektrum (oft ungenau auch Windspektrum) und Energiespektrum (wegen Energie $\sim \sigma_u^2$, engl. Power-spectrum) und entsprechend für die spektrale Verteilung von σ_ϵ^2 die Bezeichnungen Dissipationsspektrum und Kurtosispektrum (letztere z.B. bei GIBSON et al. (1970a)).

Daneben wird der Begriff Dissipationsspektrum auch noch für $E_{uu}(k) k^2$ verwendet, da gilt:

$$\int_0^\infty E_{uu}(k) k^2 dk \sim \bar{\epsilon}. \quad (3.10)$$

Diese Arbeit folgt der ersten Bezeichnungsweise, also der Bezeichnung nach der Meßgröße, so ist mit Dissipationsspektrum immer die spektrale Verteilung von σ_ϵ^2 gemeint.

313. Beziehung zwischen Strukturfunktionen und Spektren

Strukturfunktionen und Spektren sind auf mathematische Weise über die Korrelationsfunktion $B_{aa}(r)$ miteinander verknüpft, es gilt (s.z.B. JENKINS u. WATTS (1968)) wegen

$$B_{aa}(r) = \overline{a(x+r) \cdot a(x)} = \int_0^\infty E_{aa}(k) \cos Kr \, dk \quad (3.11)$$

$$D_a^{(2)}(r) = 2(\sigma_a^2 - B_{aa}(r)) = 2 \int_0^\infty E_{aa}(k) (1 - \cos Kr) \, dk \quad (3.12)$$

314. Verteilungen und Momente

Die Häufigkeitsverteilung wird durch ihre Momente beschrieben:

Momente einer Meßgröße a bis zur 4. Ordnung:

Ordnung des Moments	Bezeichnungen	Symbol	Definition
1	Mittel	m	$\bar{a}$
2	Varianz	σ_a^2	$\overline{a^2}$
3	Schiefte, Skewness, Excess	S	$\overline{a^3} / (\sigma_a^2)^{3/2}$
4	Kurtosis, Flatness, Coefficient of Excess	K	$\overline{a^4} / (\sigma_a^2)^2$

Zur bildlichen Darstellung der Häufigkeitsverteilung wird bevorzugt die integrale Verteilungsfunktion verwandt, da sich bei ihr Abweichungen von der Normalverteilung deutlicher zeigen; dabei wird in der

- Abszisse

die Größe h aufgetragen. h ist die mit σ_a normierte und zentrierte Meßgröße a :

$$h = \frac{a - \bar{a}}{\sigma_a}$$

In der

- Ordinate $\sigma_a \phi[h \pm h'] = \sigma_a \int_{-\infty}^{h'} \varphi(h) \, dh$.

Die Ordinate wird so eingeteilt, daß eine Normalverteilung als Gerade erscheint ("Wahrscheinlichkeitspapier").

32. Ähnlichkeitstheorie

=====

Die Beschreibung des Ablaufs der atmosphärischen Turbulenz von der Erzeugung bis zur Dissipation ist Aufgabe der Turbulenztheorie.

Sie hat eine ihrer entscheidenden Grundlagen in den Ergebnissen von KOLMOGOROV und OBUKHOV aus den Jahren 1941 und 1942, der Ähnlichkeitstheorie, die in zwei fundamentalen Gesetzen über Strukturfunktionen und Spektren formuliert ist.

Die Grundlagen dieser Theorie sind Voraussetzungen für die weiteren Überlegungen und sollen daher im folgenden dargestellt werden.

321. KOLMOGOROV's 1st und 2nd law

Der Spektralbereich der Produktion turbulenter kinetischer Energie bei niederen Frequenzen ist vom Bereich der Dissipation bei höheren Frequenzen durch den "Inertial Subrange" (Trägheitsbereich) getrennt. Im Inertial Subrange findet keine Produktion und keine Vernichtung turbulenter Energie statt, die turbulente Energie wird nur von größeren zu immer kleineren Wirbeln transferiert. Diese Vorgänge werden allein von der Dissipation bestimmt. Für den Inertial Subrange wurde von KOLMOGOROV 1941 die Hypothese aufgestellt, daß unter der Annahme von lokaler Homogenität, Stationarität, lokaler Isotropie und Inkompressibilität alle 2. Momente der Geschwindigkeitsdifferenzen durch nur eine Größe bestimmt werden, nämlich durch die Strukturfunktion 2. Ordnung der u-Komponente (KOLMOGOROV (1941a,c,d))

$$D_u^{(2)}(r) = \overline{[u(x+r) - u(x)]^2}. \quad (3.13)$$

Für die Abhängigkeit dieser Größe von r gab KOLMOGOROV zwei Ansätze an, die als KOLMOGOROV's 1st und 2nd law bezeichnet werden. Das 1st law für kleine REYNOLDS-Zahlen besagt: Es besteht eine universelle Funktion f_u die nur von r und von $\eta = \nu^{3/4} \epsilon^{-1/4}$ abhängig ist, und es gilt

$$D_u^{(2)}(r) = \sqrt{\nu \epsilon} \quad f_u(r/\eta). \quad (3.14)$$

Für große REYNOLDS-Zahlen, eine Bedingung, die in der Atmosphäre immer erfüllt ist, im Labor dagegen nur annähernd erreicht werden kann, gilt das sogenannte "2/3-Gesetz" (2nd law)

$$D_u^{(2)}(r) = \beta_{u,2} \epsilon^{2/3} r^{2/3} \quad (3.15)$$

mit der universellen Konstante $\beta_{u,2}$. $D_u^{(2)}$ hängt also nur von ϵ ab, jedoch nicht von der REYNOLDS-Zahl (daher auch Ähnlichkeitstheorie).

Für das u-Spektrum erhält OBUKHOV daraus das "-5/3-Gesetz" (OBUKHOV (1941a,b)):

$$E_{uu}(k) = \alpha_u \epsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (3.16)$$

wobei zwischen den Konstanten α_u und $\beta_{u,2}$ eine Beziehung besteht (WEBB (1964)).

322. Strukturfunktionen höherer Ordnung

Durch Ableitung aus der VON KÁRMÁN-HOWARTH-Gleichung (1938)

$$\left(\frac{d}{dr} + \frac{4}{r} \right) \left(6\nu \frac{d}{dr} D_u^{(2)}(r) - D_u^{(3)}(r) \right) = 4\epsilon, \quad (3.17)$$

die die Strukturfunktionen 2. und 3. Ordnung miteinander verbindet und ihrerseits aus der NAVIER-STOKES'schen Gleichung abgeleitet ist, erhält KOLMOGOROV (1941c,d) für die Strukturfunktion 3. Ordnung für große REYNOLDS-Zahlen

$$D_u^{(3)}(r) = -\frac{4}{5} \epsilon r \quad (3.18)$$

und damit eine Möglichkeit der direkten Überprüfung, da hier die Konstante $\beta_{u,3} = -4/5$ angegeben wird. Für die Strukturfunktionen höherer Ordnung gilt in Anlehnung an (3.15) und (3.18)

$$D_u^{(p)}(r) = \beta_{u,p} \epsilon^{p/3} r^{p/3}. \quad (3.19)$$

Für die Konstanten β konnten lediglich Beziehungen zwischen $\beta_{u,2p}$ und $\beta_{u,2p+3}$ sowie untere Grenzen für einige $\beta_{u,p}$ angegeben werden (KUZNETZOV (1967)).

Für die vor (6.2) definierten Skewness- und Flatnessfaktoren von u (und damit als Grenzfall für Skewness und Kurtosis von $\partial u / \partial t$) erhält man aus den Ergebnissen der Ähnlichkeitstheorie die Beziehungen (VAN ATTA u. CHEN (1970))

$$M_u^{(3)} = \frac{D_u^{(3)}}{(D_u^{(2)})^{3/2}} = \text{const. und } M_u^{(4)} = \frac{D_u^{(4)}}{(D_u^{(2)})^2} = \text{const.} \quad (3.20)$$

$$(3.21)$$

33. Lognormal-Hypothese (LNH, KOLMOGOROV's 3rd law)

In allen oben angeführten Beziehungen für Strukturfunktionen und Spektren wurde das arithmetische Mittel der Dissipation verwendet. Da die Dissipation jedoch als Kombination von Gradienten der Windgeschwindigkeit definiert ist (siehe (2.13)), ist sie selbst als turbulente Größe zu behandeln.

Der Einwand dagegen, die Dissipation in diesem Zusammenhang als Konstante zu betrachten, wurde zuerst von LANDAU u. LIFSCHITZ (1966, russ. Ausgabe 1953) ausgesprochen. Sie stellten fest, daß auf Grund der turbulenten Schwankungen von ϵ die Beziehungen (3.15) und (3.16) nicht universell gültig sein können und, im Widerspruch zur Ähnlichkeitstheorie, von der REYNOLDS-Zahl abhängen. Es genügt danach nicht mehr, nur eine Größe zu bestimmen (nämlich die mittlere Dissipation), die dann allein das spektrale Verhalten beschreibt. Dies wurde auch durch erste Messungen von GRANT et al. (1962) untermauert, die auch bereits Korrekturen am u-Spektrum auf Grund von Dissipationsschwankungen angaben.

Es war nun notwendig, für die Eigenschaften von ϵ seinerseits universelle Beziehungen anzugeben, mit diesen in die ursprünglichen Beziehungen für Strukturfunktionen und Spektren einzugehen, um so wieder universelle Gesetze zu erhalten.

KOLMOGOROV (1962a,b) und OBUKHOV (1962a,b) griffen in Vorträgen auf dem Symposium "Mécanique de la Turbulence" in Marseille 1961 diese Frage auf und stellten eine Hypothese über das Verhalten von ϵ auf (KOLMOGOROV's 3rd law, Lognormal-Hypothese, kurz LNH):

1. ϵ ist lognormal verteilt, es gilt

$$\varphi(\epsilon) = (2\pi\epsilon^2\sigma^2)^{-1/2} \exp\left(-\frac{[\ln \epsilon - m]^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.22)$$

mit m = arithmetisches Mittel von $\ln \epsilon$
und σ^2 = Varianz von $\ln \epsilon$.

2. Für $\sigma_{\ln \epsilon_r}^2$ gilt: $\sigma_{\ln \epsilon_r}^2 = A(x,t) + \mu \ln\left(\frac{L}{r}\right)$ (3.23)

im Bereich $\eta \ll r \ll L$ (Inertial Subrange)

Dabei ist ϵ_r der Mittelwert von ϵ über ein Volumen der Abmessung r :

$$\epsilon_r = \frac{1}{V_r} \int_{V_r} \epsilon(\vec{r}) d\vec{r} . \quad (3.24)$$

In der Größe A sind die Randbedingungen enthalten, also der Einfluß skaliger Parameter, μ ist eine universelle Konstante, über deren Größe zunächst nichts ausgesagt wird. ϵ wird mit $\bar{\epsilon}$ normiert und so dimensionslos gemacht.

An die Stelle des arithmetischen Mittels bei der Normalverteilung tritt das geometrische Mittel als kennzeichnende Größe. Detaillierte Ausführungen über Lognormalverteilungen wurden erstmals 1879 vor der Royal Society of London von McALISTER gemacht (nach AITCHISON u. BROWN (1957)). Die Verwendung geometrischer Mittel anstelle arithmetischer wurde schon um 1834 von WEBER und FECHNER im Zusammenhang mit dem WEBER-FECHNER'schen Gesetz erwähnt.

RAZUMOVSKY (1940) und KOLMOGOROV (1941b) zählen Gebiete auf, in denen Lognormalverteilungen von Bedeutung sind, so die Teilchendimensionen von Goldkörnern in Goldsand und die Dimensionen von Teilchen bei deren Zerstückelung. Lognormalverteilungen sind nur bei positiv definiten Größen möglich, also Größen die nach einer Seite begrenzt sind (wie z.B. die oben angeführten Teilchendimensionen).

Weitere Beispiele für das Auftreten von Lognormalverteilungen reichen von der Einkommensstatistik über das Wachstum von Mikroorganismen (HAHN u. SHAPIRO (1967)) bis zur Statistik des Alters der 1. Heirat und der Analyse von Satzlängen literarischer Werke (AITCHISON u. BROWN (1957)).

Ist eine Größe lognormalverteilt, so kommen Werte nahe dem Mittel und Werte mit großen Abweichungen vom Mittel häufiger, Werte mit mittleren Abweichungen vom Mittel dagegen weniger häufig vor, als es bei einer Normalverteilung der Größe der Fall wäre.

331. Folgerungen aus der Lognormal-Hypothese

3311. Folgerungen aus der Annahme einer Lognormalverteilung von ϵ

Für die p.Momente einer lognormal verteilten Größe gilt (siehe z.B. AITCHISON u. BROWN (1957))

$$\overline{\epsilon^p} = \exp \left(pm + \frac{1}{2} p^2 \sigma^2 \right) = \int_0^\infty \epsilon^p \varphi(\epsilon) d\epsilon \quad (3.25)$$

$$\text{mit } m = \overline{\ln \epsilon} \quad (3.26)$$

= arithmetisches Mittel von $\ln \epsilon$

= natürlicher Logarithmus des geometrischen Mittels von ϵ

$$\text{und } \sigma^2 = [\overline{\ln \epsilon} - \overline{\ln \epsilon}]^2 \quad (3.27)$$

= Varianz von $\ln \epsilon$.

Die Momente bestimmen jedoch die Lognormalverteilung wiederum nicht eindeutig (ORSZAG (1970)), da das CARLEMAN-Kriterium nicht erfüllt wird (CARLEMAN (1922)):

$$\overline{\epsilon^p} \ll [(2p)! M^p] \quad , p \rightarrow \infty, M \text{ endlich.} \quad (3.28)$$

Aus (3.25) erhält man für die normierten Momente von ϵ ($p > 2$)

$$\frac{\overline{\epsilon^p}}{(\overline{\epsilon^2})^{p/2}} \frac{\exp(p m + \frac{1}{2} p^2 \sigma^2)}{\exp(p m + p \sigma^2)} = \exp\left(\frac{1}{2} p(p-2) \sigma^2\right) \quad (3.29)$$

und damit die aus σ^2 folgenden 3. und 4. Momente (implied, engl. = folgend aus, inbegriffen)

$$S_{\epsilon,i} = \frac{\overline{\epsilon^3}}{(\overline{\epsilon^2})^{3/2}} = \exp(3\sigma^2/2) \quad (\text{implied Skewness von } \epsilon) \quad (3.30)$$

$$K_{\epsilon,i} = \frac{\overline{\epsilon^4}}{(\overline{\epsilon^2})^2} = \exp(4\sigma^2) \quad (\text{implied Kurtosis von } \epsilon). \quad (3.31)$$

Ein Vergleich dieser Größen mit gemessenen S- und K-Werten ist eine der Möglichkeiten zur Überprüfung der Lognormal-Hypothese. Wenn man $\epsilon \sim (\partial u / \partial t)^2$ annimmt, erhält man für die häufiger gemessenen Momente der Größe $\partial u / \partial t = \dot{u}$ entsprechend

$$\frac{\overline{\dot{u}^p}}{(\overline{\dot{u}^2})^{p/2}} = \frac{\overline{\epsilon^p}}{(\overline{\epsilon^2})^{p/2}} = \exp\left(\frac{1}{2} p(p-2) \sigma^2\right) \quad (3.32)$$

und damit

$$S_{\dot{u},i} = \exp(3\sigma^2/8) \quad (\text{implied Skewness von } \dot{u}) \quad (3.33)$$

$$K_{\dot{u},i} = \exp(\sigma^2) \quad (\text{implied Kurtosis von } \dot{u}). \quad (3.34)$$

Aus (3.34) leiten GURVICH(1967) und GIBSON et al.(1970a) eine Beziehung zur Bestimmung des Parameters μ ab:

Aus (3.23) folgt mit (3.34)

$$\mu = \frac{d \ln K_{\dot{u}}}{d \ln(\frac{L}{r})} + \frac{dA}{d \ln(\frac{L}{r})} \quad (3.35)$$

Mit dem Ansatz für die Dissipation in der Meßhöhe z (ohne nähere Angaben zu den Dimensionen !)

$$\frac{L}{r} \sim z \bar{\epsilon}^{1/4} \quad (3.36)$$

und der Näherungsannahme $A=0$ erhalten sie daraus

$$\mu = \frac{d \ln K_{\dot{u}}}{d \ln(z \bar{\epsilon}^{1/4})} \quad (3.37)$$

3312. Folgerungen aus der Annahme über die Varianz von $\ln \epsilon_*$

Für die Momente von $\bar{\epsilon}_*$ erhält man aus (3.23) und (3.25) bei Weglassung des Index τ

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}^p &= \exp[p\mu + \frac{1}{2} p^2 (A + \mu \ln(\frac{L}{r}))] = (\bar{\epsilon})^p \exp[-\frac{1}{2} p (A \dots) \\ &+ \frac{1}{2} p^2 (A \dots)] = F_p(x, t) (\bar{\epsilon})^p (\frac{L}{r})^{\frac{1}{2} p(p-1)\mu} \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\text{mit } F_p(x, t) = \exp(\frac{1}{2} p(p-1) A(x, t)). \quad (3.39)$$

Diese Beziehung drückt wegen der Abhängigkeit von L/r die Re_λ -Abhängigkeit der Momente von $\bar{\epsilon}_*$ (und damit auch der Momente von $\dot{u}$) aus.

Diese Ergebnisse stehen, wie nicht anders zu erwarten, im Gegensatz zu den Annahmen der ursprünglichen Ähnlichkeitstheorie (S_u und K_u konstant, siehe (3.20) und (3.21)).

Entsprechend (3.29) und (3.32) erhält man (wieder für $p > 2$)

$$\frac{\bar{\epsilon}^p}{(\bar{\epsilon}^2)^{p/2}} \sim \left(\frac{L}{r}\right)^{\frac{1}{2}p(p-2)\mu} \quad (3.40)$$

$$\text{und } \frac{\bar{u}^p}{(\bar{u}^2)^{p/2}} \sim \left(\frac{L}{r}\right)^{\frac{1}{2}p(p-2)\mu} \quad (3.41)$$

sowie aus (3.41) die wichtige Beziehung

$$-S_u \sim K_u^{3/8} \quad (3.42)$$

Wählt man für die Größe des Mittelungsvolumens r den TAYLOR'schen Microscale λ , so erhält man wegen $Re_\lambda \sim L/\lambda$ aus (3.38) und (3.41) ohne zusätzliche Modellannahmen

$$\bar{\epsilon}^2/(\bar{\epsilon})^2 \sim Re_\lambda^\mu \quad -S_u \sim Re_\lambda^{3\mu/8} \quad K_u \sim Re_\lambda^\mu \quad (3.43)$$

$$(3.44)$$

$$(3.45)$$

(s. dazu auch WYNGAARD u. TENNEKES (1970), WYNGAARD u. PAO (1972) und TENNEKES (1973)).

Um die Varianz der ungemittelten Dissipation zu erhalten, kann man jedoch auch über Werte von $r < \lambda$ mitteln

($r \rightarrow \eta$). Wegen $L/\eta \sim Re_\lambda^{3/2}$ (TENNEKES u. LUMLEY (1972)) erhält man dann

$$\bar{\epsilon}^2/(\bar{\epsilon})^2 \sim Re_\lambda^{3\mu/2} \quad -S_u \sim Re_\lambda^{9\mu/16} \quad K_u \sim Re_\lambda^{3\mu/2} \quad (3.46)$$

$$(3.47)$$

$$(3.48)$$

Die Anwendung von (3.40) und (3.41) bis η bleibt dabei jedoch wegen der Einschränkung $\eta \ll L$ für (3.23) fragwürdig.

332. Auswirkungen auf Strukturfunktionen und Spektren

Durch Einsetzen von (3.25) in die Ansätze der Ähnlichkeitstheorie für Strukturfunktionen (3.19) und Spektren (3.16) erhält man (hier aufgezeigt am Beispiel der Strukturfunktionen und Spektren der Meßgröße u) neue Beziehungen:

alt		neu	
Strukturfunktionen:			
$D_u^{(p)}(r) = \beta_{u,p} \epsilon^{p/3} r^{p/3}$		$D_u^{(p)}(r) = \beta'_{u,p} (\bar{\epsilon})^{p/3} r^{p/3} \left(\frac{L}{r}\right)^{\frac{1}{18} p(p-3)\mu}$	
Ordnung: Slope: $p/3$		$p/3 - \frac{1}{18} p(p-3)\mu$	
$p=2$	$2/3$	$2/3 + \mu/9$	(8.3 % steiler)
$p=3$	1	1	(unverändert)
$p=4$	$4/3$	$4/3 - 2\mu/9$	(8.3 % flacher)
$p=6$	2	$2 - \mu$	(25 % flacher)
Spektren:			
$E_{uu}(k) = \alpha_u \epsilon^{2/3} k^{-5/3}$		$E_{uu}(k) = \alpha'_u (\bar{\epsilon})^{2/3} k^{-(5/3 + \mu/9)}$	
Slope: $-5/3$		$-(5/3 + \mu/9)$	

Für die Berechnung der Änderungen in den Slopes wurde $\mu=0.5$ angenommen. Der Slope der Strukturfunktionen erreicht für den Wert $p = 3/2 (1 + 2/\mu)$ ein Maximum (VAN ATTA u. PARK (1972)) und nimmt dann im Gegensatz zur ursprünglichen Ähnlichkeitstheorie wieder ab. Die Tatsache, daß die Strukturfunktion 3. Ordnung unverändert bleibt, ist in Übereinstimmung mit der aus der VON KÄRMÁN-HOWARTH-Gleichung abgeleiteten Beziehung (3.18).

VAN ATTA u. CHEN (1970) erhalten aus den nach der LNH modifizierten Strukturfunktionen für Skewness- und Flatnessfaktor von u im Gegensatz zu (3.20) und (3.21)

$$M_u^{(3)}(r) \sim \left(\frac{L}{r}\right)^{\mu/6} \quad \text{und} \quad M_u^{(4)}(r) \sim \left(\frac{L}{r}\right)^{4\mu/9} \quad (3.53)$$

$$(3.54)$$

Für $r \rightarrow \eta$ gehen die Skewness- und Flatnessfaktoren von u in Skewness und Flatness von $\dot{u}$ über. Man erhält so unter Verwendung von $L/\eta \sim Re_\lambda^{3/2}$ die Beziehungen

$$-S_{\dot{u}} \sim Re_\lambda^{\mu/4} \quad \text{und} \quad K_{\dot{u}} \sim Re_\lambda^{2\mu/3} \quad (3.55)$$

$$(3.56)$$

Den Einfluß der Dissipationsschwankungen auf das u-Spektrum im Dissipationsbereich ($k > 1/\eta$) untersuchen NOVIKOV(1963) und KELLER u. YAGLOM(1970). Auf diese Fragen soll hier jedoch nicht eingegangen werden, ebenso nicht auf Veränderungen in den Strukturfunktionen mit r senkrecht zur mittleren Windrichtung (siehe YAGLOM(1966)) sowie auf Einflüsse auf Temperaturspektren und -strukturfunktionen (siehe z.B. VAN ATTA(1971, 1973)).

.. car aux troubles de la *)
mémoire sont liés les in-
termittences du coeur.

MARCEL PROUST,
A la recherche du
temps perdu

333. Intermittency

Eng verknüpft mit den Fragen der Lognormalverteilung von ϵ und den sich daraus ergebenden Folgerungen ist das Problem der Intermittency (intermittent, engl. = mit Unterbrechungen, stoßweise). Dieses Phänomen wurde erstmals von BATCHELOR u. TOWNSEND(1947) angegeben.

Danach zeigen zahlreiche turbulente Größen, so die Gradienten des Strömungsfelds und damit auch die Dissipation ein Verhalten, das durch längere Perioden relativer Ruhe gekennzeichnet ist, die durch kurze Perioden starker Schwankungen ("Bursts") unterbrochen werden.

Von Laboruntersuchungen ausgehend geben sie als Maß für die Intermittency einen Intermittency-Faktor $0 < \gamma < 1$ an.

Dieser Faktor gibt dann den Bruchteil des Raums (oder bei Zeitreihen den Bruchteil der Zeitreihe) an, in dem die Strömung turbulent ist. Im übrigen Raum wird die Strömung als laminar angenommen. $\gamma = 0$ bedeutet voll laminare Strömung, $\gamma = 1$ voll turbulente Strömung.

In der Atmosphäre kann, von Grenzfällen abgesehen, immer mit turbulenter Strömung gerechnet werden. Teilt man jedoch ein Luftvolumen, in dem atmosphärische Turbulenz herrscht, in kleinere Teilvolumina auf, so tragen nicht alle Teilvolumina gleichmäßig zur Gesamtvarianz einer Größe bei, wenn diese

*) (Obers. E. REICHEL-MERTENS) ...denn mit den Störungen des Gedächtnisses ist eine Intermittent auch des Herzens verbunden.

Größe intermittierend ist. Gebiete mit starken Schwankungen (Bursts) sind scharf abgegrenzt von Gebieten mit sehr geringen Schwankungen (siehe Abb. 6.20)

Diese Tatsache macht es sinnvoll, den Begriff Intermittency-Faktor auch auf atmosphärische Turbulenz zu übertragen. Die Festlegung der Grenze zwischen starken und sehr geringen Schwankungen bleibt allerdings etwas willkürlich.

Über die Ursache der Intermittency und ihre Rückführung auf die Grundgleichungen soll bei der Diskussion der Modelle weiter unter eingegangen werden.

Die Größe der Intermittency ist über das theoretische Interesse hinaus auch für praktische Probleme von Bedeutung. So werden Fragen der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen davon ebenso berührt wie die Auswirkungen von Turbulenz auf Bauwerke und Luftfahrzeuge (TENNEKES (1973), DUTTON et al. (1959, 1969), HOUBOLT (1973)).

3331. Auswirkungen der Intermittency auf Verteilungen und Momente

Tritt eine Größe intermittierend auf, so hat sie mehr Werte nahe 0 als eine nicht intermittierende Größe. Dies zeigt sich im Bild der Häufigkeitsverteilung in integraler Darstellung als Treppe (s. Abb. 3.1b). Die Kurtosis ist größer als für normalverteilte Größen.

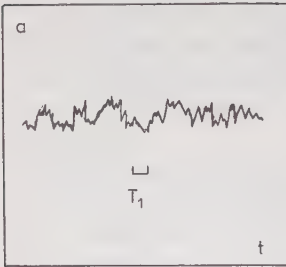
Ein umgekehrter Schluß von einer Verteilung mit hoher Kurtosis auf Intermittency ist allerdings nicht möglich. Der Beweis für Intermittency ist erst erbracht, wenn die charakteristische Verteilung und die hohe Kurtosis auch erhalten bleiben, wenn man die Größen mittelt. Die Mittelungszeit muß dabei natürlich kleiner als der zeitliche Abstand zwischen den Bursts sein. Kennt man die Verteilung der Größe innerhalb der Bursts, so kann man aus dem Intermittency-Faktor Momente für die Verteilung der intermittierenden Größe insgesamt bestimmen. Bei Normalverteilung innerhalb der Bursts gilt so

$$K_u = 3/\gamma \quad (3.57)$$

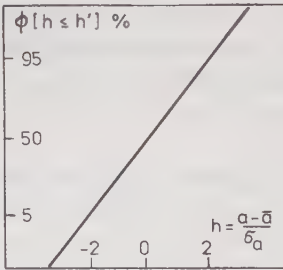
3332. Auswirkungen der Intermittency auf das Spektrum

Im Spektrum einer intermittierenden Größe muß neben dem Maximum, das den schnellen Schwankungen entspricht ein zweites Maximum auftreten, das dem Abstand der Bursts entspricht, sofern man davon ausgeht, daß auf Grund eines physikalischen Prozesses ein bestimmter Abstand der Bursts gehäuft auftritt.

Zeitreihe von a



Häufigkeitsverteilung von a



Spektrum von a

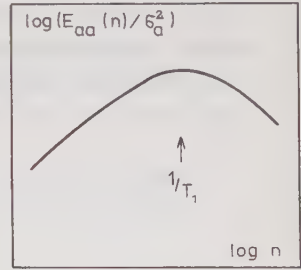


Abb. 3.1a nicht intermittierende Größe

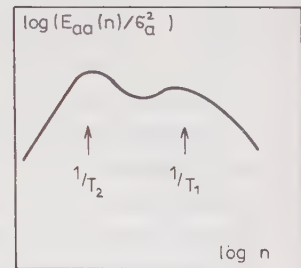
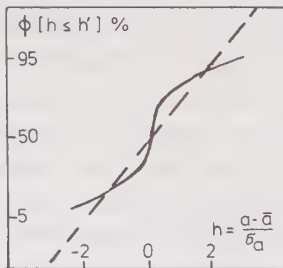
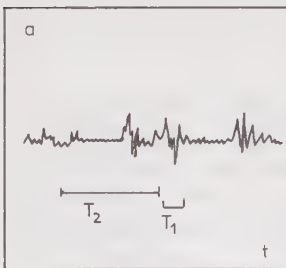


Abb. 3.1b intermittierende Größe

T_1 : charakteristische Zeit der schnellen Schwankungen
 T_2 : Charakteristische Zeit zwischen den Bursts

34. Modelle für das Verhalten der Dissipation

=====

Im Zusammenhang mit der Lognormal-Hypothese sind eine Reihe von Modellen entwickelt worden, die eine physikalische Begründung für die Hypothese und daran anschließend weitere Folgerungen ermöglichen sollen. Diese Modelle sind im folgenden, mehr aus historischen Gründen als von ihrem Aufbau her, in Kaskadenmodelle und Vortex-Stretching-Modelle aufgeteilt. Bei den ersten liegt der Schwerpunkt auf dem Kaskadenprozeß der Turbulenz (Große Wirbel $\rightarrow$ kleine Wirbel $\rightarrow$ Dissipation), die letzteren konzentrieren sich mehr auf die Verteilung der Dissipations-"Pakete" im Raum, deren Form und Formänderung (Vortex-Stretching = Streckung der Wirbel). Es liegen auch Modelle vor, die diese beiden Ansätze zu verknüpfen versuchen.

Neben den beiden obengenannten Gruppen soll auch kurz auf einige ältere Arbeiten eingegangen werden, die auf der "Quasi-Normality-Hypothese" (s. unten) beruhen, aber keine Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen bringen.

Da der Schwerpunkt dieser Arbeit in der experimentellen Untersuchung der Dissipation liegt, sind die Modelle nicht in aller Ausführlichkeit dargestellt, insb. was den Gang der Ableitung der Ergebnisse betrifft.

Dazu wird auf die zitierten Originalarbeiten verwiesen.

341. Ältere Modellansätze

MILLIONSHCHIKOV (1939a,b, 1941a,b) geht davon aus, daß im Inertial Subrange die Strukturfunktionen 4. Ordnung durch solche 2. Ordnung ausgedrückt werden können (s. dazu auch POND u. STEWART (1965)). Eine ähnliche Form der "Faktorisierung" wird auch in der Quantenfeldtheorie und der Kernphysik verwendet (FREYTAG (1970)). Die Strukturfunktionen 3. Ordnung wären dabei vernachlässigbar, wie es bei einer Normalverteilung der Geschwindigkeitsdifferenzen der Fall wäre (daher auch Quasi-Normality-Hypothese). Mit seinen Ansätzen für die Korrelationsfunktion $B_{\epsilon\epsilon}(r)$ berechnen GOLITSYN (1962) und NOVIKOV (1965b) für den Inertial Subrange

$$B_{\epsilon\epsilon}(\tau) \sim \beta_{4,2}^2 v^2 (\bar{\epsilon})^{1/3} \tau^{-8/3} \quad (3.58)$$

und daraus ein Dissipationsspektrum

$$E_{\epsilon\epsilon}(k) = \text{const.} \quad (3.59)$$

Die Annahmen von MILLIONSHCHIKOV führen zu einem Dissipationspektrum, das dem des "Weißen Rauschens" entspricht (s.dazu NOVIKOV u. STEWART (1964) und GURVICH u. ZUBKOVSKII (1965)). OGURA (1963) weist außerdem nach, daß dies bei großen REYNOLDS-Zahlen (wie in der Atmosphäre) zu negativen Dichten im u-Spektrum führen würde. Beide Folgerungen stehen im Widerspruch zu den experimentellen Ergebnissen. Auf derselben Basis beruhen auch Ansätze von HOPF (1952) (Normalverteilung anstelle einer Lognormalverteilung) und KRAICHNAN (1957, 1959), der sich eng an die Quasi-Normality-Hypothese anlehnt. Auch ihre Ergebnisse (konstantes Dissipationsspektrum bei Hopf, Abhängigkeit des u-Spektrums von $G_w^{\frac{1}{2}}$ bei KRAICHNAN) stehen im Widerspruch zu den bisher vorliegenden Messungen.

In diesem Zusammenhang sind noch Versuche zu nennen, die auf Dimensionsanalysen beruhen.

NOVIKOV (1965b) erhält mit einem solchen Ansatz

$$E_{u^p u^p}(k) \sim (\bar{\epsilon})^m k^n \quad (3.60)$$

mit $p=2$ (was dem Dissipationsspektrum entspricht)

$$E_{u^{\frac{1}{2}} u^{\frac{1}{2}}}(k) \sim \epsilon^{4/3} k^{5/3}. \quad (3.61)$$

Mit dem sinnvoller erscheinenden Ansatz von FRIEHE et al. (1972)

$$E_{aa}(k) \sim a^m k^n \quad (3.62)$$

erhält man als Dissipationsspektrum (ϵ für a)

$$E_{\epsilon\epsilon}(k) \sim \epsilon^2 k^{-1}. \quad (3.63)$$

Auch (3.61) und (3.63) stehen im Widerspruch zum Experiment.

342. Kaskadenmodelle

3421. Kaskadenmodell nach NOVIKOV u. STEWART

NOVIKOV u. STEWART (1964) und NOVIKOV (1965b, 1966) gehen mit ihrem Modell von einer Konzentration der Dissipation auf engumgrenzte Gebiete des betrachteten Raums aus. Die Verteilung dieser Gebiete im Raum soll dabei zufällig sein, die Dissipation in diesen Gebieten soll jeweils die gleiche Häufigkeitsverteilung haben.

Das hat zur Folge, daß die Wahrscheinlichkeit für $\epsilon=0$ bei NOVIKOV u. STEWART nahe 1 liegt, da die Dissipationsgebiete nur einen geringen Bruchteil des Raums einnehmen und im übrigen Raum $\epsilon=0$ sein soll (Alles-oder-Nichts-Standpunkt).

NOVIKOV u. STEWART teilen das Anfangsvolumen V_0 in Untervolumina V_1 (siehe Abb. 3.2) und setzen für die räumliche Verteilung von ϵ in ihnen

$$\epsilon(x) = A_1 \sum_k [\gamma(x-x_k) - \gamma(x-\lambda_1-x_k)] \quad (3.64)$$

$$\text{und } \bar{\epsilon}_1 = \frac{A_1 \sum_k \lambda_1 + 0 \sum_k \ell_1}{\sum_k \lambda_1 + \ell_1} \approx A_1 \frac{\lambda_1}{\ell_1} \quad (\lambda_1 \ll \ell_1) \quad (3.65)$$

an. Es werden also Dissipationsbereiche in Abständen ℓ_1 mit der Ausdehnung λ_1 angenommen. A_1 ist ein Maß für die Größe der Dissipation, x_k der Ort des "Dissipationspakets". Für die Funktion γ gilt: $\gamma(x) = 1$ für $x \geq 0$, $\gamma(x) = 0$ für $x < 0$.

Unterteilt man nun V_1 sukzessive weiter in Untervolumina so erhält man für die i. Unterteilung entsprechend

$$\bar{\epsilon}_i = \frac{A_i \sum_k \lambda_i}{\sum_k \lambda_i + \ell_i} \approx A_i \frac{\lambda_i}{\ell_i} = A_i \alpha \quad (3.66)$$

und für das Gesamtvolumen bei s Unterteilungen

$$\bar{\epsilon} = A_s \prod_i \frac{\lambda_i}{\ell_i} = A_s \alpha^s. \quad (3.67)$$

Die Unterteilung endet mit $V_s^{1/3} \approx \eta$.

Auf Grund der Ähnlichkeitsgesetze soll nun gelten:

$$\alpha = \frac{\lambda_1}{\ell_1} = \dots = \frac{\lambda_s}{\ell_s} \ll 1 \quad \text{und} \quad A_1 \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \dots = \frac{\lambda_s}{\lambda_{s-1}} \ll 1. \quad (3.68) \quad (3.69)$$

Geht man mit diesen Ausdrücken in die Korrelationsfunktion für ϵ ein, so erhält man bei der 1. Unterteilung

$$B_{\epsilon\epsilon}(r) = \begin{cases} A_1^2 \alpha (1 - |r|/\lambda_1) & |r| < \lambda_1 \\ 0 & |r| > \lambda_1 \end{cases} \quad (3.70)$$

und damit aus dem Zusammenhang zwischen $B_{\epsilon\epsilon}$ und $E_{\epsilon\epsilon}$

$$E_{\epsilon\epsilon}(k_1) \sim A_1^2 \lambda_1 \alpha \quad (3.71)$$

Für die weiteren Unterteilungen folgt entsprechend

$$E_{\epsilon\epsilon}(k_s) \sim A_s^2 \lambda_s \alpha^s, \quad (3.72)$$

wobei gilt $k_s = 1/\lambda_s = \beta^{1-s}/\lambda_1$. (3.73)

Damit erhält man als Dissipationsspektrum

$$E_{\epsilon\epsilon}(k) = \lim_{s \rightarrow \infty} E_{\epsilon\epsilon}(k_s) \sim k^{-1+\mu} \text{ mit } 0 < \mu = \frac{\ln \alpha}{\ln \beta} < 1 \quad (3.74) \quad (3.75)$$

und die entsprechende Korrelationsfunktion

$$B_{\epsilon\epsilon}(r) \sim r^{-\mu}. \quad (3.76)$$

NOVIKOV (1966) gibt noch zusätzlich einen Korrekturfaktor für den Bereich hoher Wellenzahlen des Dissipationsspektrums an, der dort zu einer Dämpfung des Spektrums führt.

In NOVIKOV (1965b) werden die obigen Überlegungen auch auf Spektren höherer Potenzen von $\partial u / \partial t$ ausgedehnt, es gilt

$$E_{u^{2p} \dot{u}^{2p}} \sim k^{-1+(p-1)\mu} \quad (3.77)$$

In einer präziseren mathematischen Formulierung gibt NOVIKOV (1969, 1971) eine weitere Einschränkung des Bereichs von μ . Als grundlegende Größe, die den zufälligen Charakter des Kaskadenprozesses beschreibt, wählt NOVIKOV den "Breakdown-Koeffizienten", als den man z.B. die Größe

$$q_{r,e} = \bar{\epsilon}_r / \bar{\epsilon}_e \quad (3.78)$$

mit $r < 1$ wählen kann, wobei ein kleinerer Bereich mit der Abmessung r im größeren mit der Abmessung 1 liegen soll. Für die Momente von $q_{r,\ell}$ gilt dann der Ansatz

$$\overline{q_{r,\ell}^p} = (\ell/r)^{\mu_p} \quad (3.79)$$

mit $\mu_p \leq \mu_2 + p - 2$ ($p \geq 2$) und $0 < \mu_1 < 1$.

Nimmt man aus Plausibilitätsgründen $\ell = 2r$ an, so folgt für $r \rightarrow \eta$

$$\mu_p = p - \log_2(p+1) \quad (3.80)$$

und damit $\mu_2 \approx \mu = 0.41$, $\mu_3 = 1$ und $\mu_4 = 1.68$, während die Werte für $r \rightarrow 0$ in $\mu = 2$, $\mu_3 = 5.2$ und $\mu_4 = 9.8$ übergehen und die Verteilung von q sich einer Lognormalverteilung annähert. Die universellen Konstanten μ_p erscheinen in den Beziehungen, die analog zu der für $\sigma^2 \ln \epsilon_r$ für die höheren Momente von $\ln \epsilon_r$ angegeben werden können:

$$-S_{\ln \epsilon_r} \sim \ln \mu_3 \left(\frac{\ell}{r} \right) \quad \text{und} \quad K_{\ln \epsilon_r} \sim \ln \mu_4 \left(\frac{\ell}{r} \right) . \quad \begin{matrix} (3.81) \\ (3.82) \end{matrix}$$

3422. Kaskadenmodell nach GURVICH u. YAGLOM

Im folgenden soll auf eine Verbesserung des Kaskadenmodells durch YAGLOM (1966) und GURVICH u. YAGLOM (1967) eingegangen werden. Ausgangspunkt der Überlegungen ist wieder ein Volumen V_0 , das der Einfachheit halber hier als Würfel der Kantenlänge L_0 angenommen wird. Über L_0 sollen sich die Eigenschaften der Strömung, insbesondere die mittlere Dissipation, nicht ändern, L_0 entspricht also der Macroscale L .

Dieser Würfel wird nun in Würfel der Kantenlänge $L_1 = L_0 n^{-1/3}$ unterteilt und diese fortlaufend weiter in Würfel der Kantenlänge $L_j = L_{j-1} n^{-1/3}$ (Siehe Abb. 3.2).

Die Größen ϵ_j , das sind die mittleren Werte von ϵ in einem Würfel der j . Ordnung, sind Zufallsgrößen; über das Gesamtvolumen gemittelt gilt jeweils $\bar{\epsilon}_j = \epsilon_0 = \bar{\epsilon}$.

In diesem Modell ist die Vorstellung eines Kaskadenprozesses der Turbulenz enthalten, bei dem große Wirbel stufenweise in immer kleinere zerfallen.

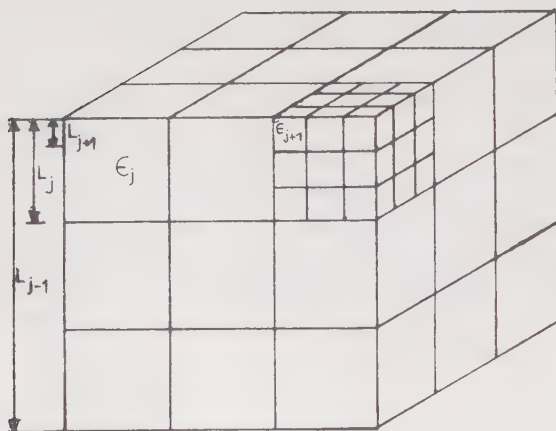


Abb. 3.2

Skizze zur Veranschaulichung der Kaskadenmodelle

In einem Würfel der Ordnung $j-1$ hat die Dissipation den mittleren Wert ϵ_{j-1} . Die Mittelwerte ϵ_j der Würfel j . Ordnung, die durch Unterteilung des Würfels der Ordnung $j-1$ entstanden sind, haben nach der Modellannahme eine von j unabhängige Verteilung, d.h. die Verteilung ist für alle j die gleiche. Das gilt auch für die Größen $\epsilon_j / \epsilon_{j-1}$ (denn ϵ_{j-1} ist ja jeweils eine konstante Größe für die Würfel j . Ordnung). Die Kaskade endet bei einer Ordnung s , bei der die Schwankungen der Dissipation zu vernachlässigen sind, die Würfelkanten haben dann Längen $\approx \eta$.

Schreibt man nun den momentanen Wert ϵ_j als

$$\epsilon_j = \epsilon_0 \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0} \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \dots \frac{\epsilon_j}{\epsilon_{j-1}}, \quad (3.83)$$

was gleichbedeutend ist mit

$$\ln \epsilon_j = \ln \epsilon_0 + \sum_{k=1}^j \ln \frac{\epsilon_k}{\epsilon_{k-1}}, \quad (3.84)$$

so sind die darin enthaltenen Terme $\ln(\epsilon_k/\epsilon_{k-1})$ die Momentanwerte von gleichartig verteilten Zufallsgrößen.

Selbst bei großen REYNOLDS-Zahlen, also voll entwickelter Turbulenz, geht der Kaskadenprozeß allerdings nur über wenige Stufen, es erfüllen nur kleine j die Bedingung $\eta \ll L_j \ll L$ (so ist für $L=5$ m und $\eta=1$ mm mit $n=2$ $j \lesssim 12$).

Unter der Annahme, daß alle Summanden in (3.84) endliche Mittel und Varianzen haben und keiner der Summanden dominierend zur Gesamtsumme beiträgt, kann auf die Verteilung von $\ln \epsilon_j$ das Central Limit Theorem (CLT) angewandt werden. Dabei ist die Gleichartigkeit der Verteilungen nicht einmal Voraussetzung (siehe dazu z.B. BENDAT (1958), S. 96 und HAHN u. SHAPIRO (1967)). Das CLT besagt, daß für Wertesätze der Zufallsgröße R_i , die nicht normalverteilt zu sein brauchen, aber den oben angegebenen Forderungen genügen müssen, die Verteilung des Wertesatzes $R = \sum_{i=1}^N R_i$ für $N \rightarrow \infty$ sich einer Normalverteilung annähert. Sind m_i und σ_i^2 Mittel und Varianzen der Wertesätze R_i , so gilt

$$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_i \quad \text{und} \quad \sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sigma_i^2 \quad (3.85)$$

$$(3.86)$$

Angewandt auf die Wertesätze $\ln(\epsilon_j/\epsilon_{j-1})$ gilt dann für die Mittel und Varianzen wegen der Gleichverteilung der $\ln(\epsilon_j/\epsilon_{j-1})$

$$m_j = \ln \bar{\epsilon} + A_j(x,t) + j m \quad \text{mit} \quad m = \overline{\ln \frac{\epsilon_j}{\epsilon_{j-1}}} \quad (3.87)$$

$$(3.88)$$

$$\sigma_j^2 = A_j(x,t) + j \sigma^2 \quad \text{mit} \quad \sigma^2 = \overline{[\ln \frac{\epsilon_j}{\epsilon_{j-1}} - m]^2} \quad (3.89)$$

$$(3.90)$$

wobei die Terme A die Randbedingungen und die Einschränkungen der LNH wegen der kleinen Zahl der Stufen im Kaskadenprozeß enthalten. Setzt man die Kantenlänge des j . Würfels L_j mit der Größe r des Volumens gleich, über das ϵ gemittelt wird (siehe 3.24)), so gilt

$$L_j = r = L n^{-j/3} \quad (3.91)$$

und damit

$$j = 3 \ln \left(\frac{L}{r} \right) / \ln n. \quad (3.92)$$

Man erhält so dieselbe Aussage über $\sigma_{\ln \epsilon_r}^2$ die KOLMOGOROV und OBUKHOV als Hypothese aufgestellt haben ("it is natural to assume") (Siehe KOLMOGOROV (1962a) und (3.23)):

$$\sigma_{\ln \epsilon_r}^2 = A_-(x, t) + \mu \ln \frac{L}{r} \quad \text{mit} \quad \mu = 3\sigma^2 / \ln n > 0 \quad (3.93)$$

$$(3.94)$$

Trotz seiner Schwächen (geringe Zahl der Stufen im Kaskadenprozeß) führt das Modell zu Ergebnissen, die, wie weiter unten gezeigt wird, in guter Übereinstimmung mit den Messungen stehen. Gegenüber NOVIKOV u. STEWART (1964) folgt hier die Lognormalverteilung von ϵ , während eine Obergrenze für μ nicht angegeben wird. Der "Alles-oder-Nichts"-Standpunkt wird hier aufgegeben, auch in Gebieten außerhalb der "Dissipationspakete" wird nicht $\epsilon = 0$ angenommen.

Zur Bestimmung der Korrelationsfunktion $B_{\epsilon\epsilon}(r)$ berechnen YAGLOM (1966) und GURVICH u. YAGLOM (1967) die Dissipation an den Punkten x und $x+r$ mit Hilfe des Ansatzes (3.83). Die Punkte x und $x+r$ liegen dabei in einem Volumen der Ordnung j , aber in verschiedenen Volumina der Ordnung $j+1$, wenn r von der Größenordnung $L_j \geq r \geq L_{j+1}$ ist.

Für die Dissipation bei x erhält man dann

$$\epsilon(x) = \epsilon_0 \frac{\epsilon_1}{\epsilon_0} \dots \frac{\epsilon_{j+1}}{\epsilon_j} \dots \frac{\epsilon_s}{\epsilon_{s-1}} \quad (3.95)$$

und für die Dissipation bei $x+r$

$$\epsilon(x+r) = \epsilon_0 \frac{\epsilon_1'}{\epsilon_0} \dots \frac{\epsilon_{j+1}'}{\epsilon_j} \dots \frac{\epsilon_{s-1}'}{\epsilon_{s-1}} \quad (3.96)$$

Die Größen $\epsilon_{i+1}/\epsilon_i$ für $i \geq j$ sind dabei verschiedene, aber gleichverteilte Zufallsgrößen, für $i \geq j+1$ sogar voneinander völlig unabhängige Größen. Damit gilt

$$\overline{\epsilon(x)\epsilon(x+r)} = \overline{\epsilon_0^2 \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_0} \right)^2 \dots \left(\frac{\epsilon_j}{\epsilon_{j-1}} \right)^2 \left(\frac{\epsilon_{j+1}\epsilon_{j+1}'}{\epsilon_j^2} \right) \left(\frac{\epsilon_{j+2}\epsilon_{j+2}'}{\epsilon_{j+1}\epsilon_{j+1}'} \right) \dots \left(\frac{\epsilon_s\epsilon_{s-1}'}{\epsilon_{s-1}\epsilon_{s-1}'} \right)} \quad (3.97)$$

$$= \underbrace{\epsilon_0^2}_{\epsilon_j^2} \cdot \underbrace{\left(\frac{\epsilon_{j+1}\epsilon_{j+1}'}{\epsilon_j^2} \right)}_{\left(\frac{\epsilon_{j+1}\epsilon_{j+1}'}{\epsilon_j^2} \right)} \cdot \underbrace{\left(\frac{\epsilon_{j+2}\epsilon_{j+2}'}{\epsilon_{j+1}\epsilon_{j+1}'} \right) \dots \left(\frac{\epsilon_s\epsilon_{s-1}'}{\epsilon_{s-1}\epsilon_{s-1}'} \right)}_B$$

Es ist nun $\overline{\epsilon_{j+1} \epsilon'_{j+1}} / \epsilon_j^2 = \text{const.}$, da ϵ_j gegenüber Volumina der Ordnung $\geq j+1$ einen festen Wert hat und die ϵ_{j+1} von den ϵ'_{j+1} unabhängig sind und $B=1$, da über gleichverteilte und voneinander unabhängige Variable gemittelt wird. Setzt man wie oben L_j mit r gleich, so erhält man mit (3.93)

$$B_{\epsilon\epsilon}(r) = C(x,t) (\bar{\epsilon}_r)^2 \left(\frac{L}{r}\right)^\mu, \text{ also } B_{\epsilon\epsilon}(r) \sim r^{-\mu}. \quad (3.98)$$

$$(3.99)$$

Über die Beziehung (3.11) zwischen der Korrelationsfunktion einer Größe a und ihrem Spektrum kann nun das Dissipationspektrum berechnet werden.

Für einen Wert $\mu < 1$ wird E im Bereich des Inertial Subrange hauptsächlich von den Werten von B in diesem Bereich bestimmt und es gilt

$$E_{\epsilon\epsilon}(k) = C'(\bar{\epsilon}^2) L(kL)^{-1+\mu} \quad (3.100)$$

$$E_{\epsilon\epsilon}(k) \sim k^{-1+\mu}. \quad (3.101)$$

Wäre $\mu > 1$, würde E im Bereich des Inertial Subrange hauptsächlich von Werten von B bei $r \leq \eta$ bestimmt werden und es würde

$$E_{\epsilon\epsilon}(k) \sim \text{const.} \quad (3.102)$$

gelten, d.h. wir hätten das Spektrum des Weißen Rauschens. Die Resultate der Messungen ermöglichen hier eine Abschätzung der universellen Größe μ und die Überprüfung von (3.101) bzw. (3.102).

Die Beziehung für die Korrelationsfunktion folgt für ein ein-dimensionales Modell auch aus

$$B_{\epsilon\epsilon}(r) = \frac{1}{2} \frac{d^2}{dr^2} (r^2 \overline{\epsilon_r^2}). \quad (3.103)$$

Auf diese Weise erhält man

$$B_{\epsilon\epsilon}(r) = \frac{1}{2} \frac{d^2}{dr^2} (r^2 B_2(\bar{\epsilon})^2 L^\mu r^\mu) \quad (3.104)$$

und damit ebenfalls

$$B_{\epsilon\epsilon}(r) = \frac{1}{2} B_2(\bar{\epsilon})^2 L^\mu (-\mu+2)(-\mu+1) r^{-\mu} \sim r^{-\mu}. \quad (3.105)$$

343. Vortex-Stretching-Modelle

Im Gegensatz zu den Kaskaden-Modellen, die ihren Schwerpunkt im stufenweisen Abbau größerer Wirbel in kleinere Wirbel haben, gehen die Vortex-Stretching-Modelle davon aus, daß engumgrenzte Gebiete, in denen auf Grund von lokalen miteinander gekoppelten Instabilitäten starke Gradienten und damit hohe Vorticity entstanden sind, von der Strömung bewegt und je nach ihrer Lage im Raum auch in ihrer Form geändert werden. Dieser Prozeß der Streckung und damit Verstärkung der Gradienten kann auch aus den Grundgleichungen abgeleitet werden. Energie wird so über die Vorticity aus Wirbeln kleiner Wellenzahl in Wirbel größerer Wellenzahl transferiert und letzten Endes dissipiert (siehe dazu KRAICHNAN (1974)).

Die Unterschiede zwischen diesen Modellen liegen im wesentlichen in den verschiedenen Annahmen über Form und Verteilung der Vortex-Gebiete und ihrer Verknüpfung.

Turbulenz entsteht also hier bereits intermittierend und nicht etwa kontinuierlich um erst beim weiteren Verlauf intermittierend zu werden (MOLLO-CHRISTENSEN (1973)).

TOWNSEND (1951) untersucht zum ersten Mal Dissipation, die in engumgrenzten Gebieten konzentriert ist, wobei die Formen dieser Gebiete von der Art der Scherungskräfte in der Strömung abhängig sind. Nach TOWNSEND entstehen "Vortex-Lines" und, mit größerer Wahrscheinlichkeit, "Vortex-Sheets".

CORRSIN (1962) geht von den von TOWNSEND (1951) angegebenen Vortex-Sheets aus, also Blättern der Dicke η , die Gebiete der Ausdehnung L umschließen und in denen die Dissipation konzentriert ist. Die Blätter nehmen einen Volumenanteil von $\sim \eta L^2 / L^3 = \eta / L$ ein. Durch Abschätzungen von σ_ϵ^2 kommt er zu

$$\sigma_\epsilon^2 \sim L / \eta \sim Re_\lambda^{3/2}$$

(5.106)

und damit zu der Beziehung

$$K_\alpha \sim Re_\lambda^{3/2}$$

(5.107)

(siehe auch SHEIN et al. (1971) und TENNEKES (1973)).

Bei TENNEKES (1968) ist die Dissipation in "Vortex-Tubes" oder "Filamente", also Schläuchen oder Fäden des Durchmessers η konzentriert, die von Wirbeln der Größe λ gestreckt werden.

Die Streckungsrate ist dabei $\sim U/\lambda$.

Dadurch werden die Gradienten verstärkt, die Vorticity erhöht und Energie zu Wirbeln größerer Wellenzahl transferiert und dissipiert.

Der Volumenteil der Fäden beträgt $\eta^2 \lambda / (\lambda^3 + \eta^2 \lambda) \approx \eta^2 / \lambda^2$,

die mittlere Dissipation in ihnen $\epsilon_f \sim \nu U^2 / \eta^2$. Damit gilt:

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_f \frac{\eta^2}{\lambda^2} \approx \nu \frac{U^2}{\lambda^2} \quad (3.108)$$

Dies entspricht auch dem aus Dimensionsüberlegungen gewonnenen Näherungsansatz für die mittlere Dissipation turbulenter Strömungen (LANDAU u. LIFSCHITZ (1966))

$$\bar{\epsilon} = \frac{u^3}{L} = \frac{u^3}{Re_1 \lambda} = \frac{u^3}{\frac{u \lambda}{\nu} \lambda} = \nu \frac{u^2}{\lambda^2} \quad (3.109)$$

Während CORRSIN (1962) mit $\bar{\epsilon} \sim \nu \frac{u^2}{\lambda^2} Re_1^{-1/2}$ dazu im Widerspruch steht. Der Ansatz von TENNEKES (1968) führt zu

$$-S_\epsilon = \text{const. und } Ku \sim Re_2 \quad (3.110)$$

$$(3.111)$$

Dabei wurden folgende Beziehungen verwendet:

$$\overline{(\partial u / \partial x)^2} = \frac{u^2}{\eta^2} \frac{\eta^2}{\lambda^2} + \frac{u^2}{\lambda^2} \cdot 1 = 2 \frac{u^2}{\lambda^2} \sim \frac{u^2}{\lambda^2} \quad (3.112)$$

$$\overline{(\partial u / \partial x)^3} = \frac{u^2}{\eta^2} \frac{u}{\lambda} \cdot \frac{\eta^2}{\lambda^2} = \frac{u^3}{\lambda^2} \quad (3.113)$$

$$\overline{(\partial u / \partial x)^4} = \frac{u^4}{\eta^2} \frac{\eta^2}{\lambda^2} + \frac{u^4}{\lambda^2} \cdot 1 \quad (3.114)$$

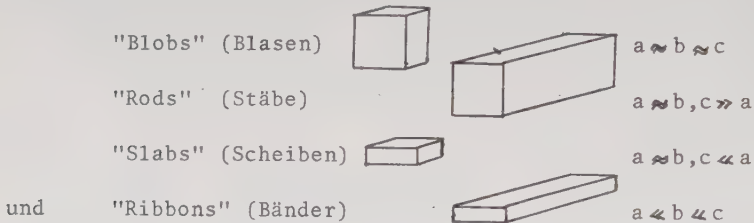
Auch nach LARSEN (1968, 1970) entsteht Vorticity (im Anlehnung an TORIKIDA (1961) und TENNEKES (1968)) durch die Dehnung von "Vortex-Lines" durch Zufallsbewegung. Der Ansatz für die Entstehung der Vorticity ist linear: $\partial \omega / \partial t = a(t) \omega$. Dies führt zu einer Lognormalverteilung der Vorticity. Die Größe der streckenden Wirbel ist wie bei TENNEKES (1968) λ .

SAFFMAN (1970) erhält mit seinem Ansatz ebenfalls die Beziehungen

$$-S_u = \text{const. und } K_u \sim Re_\lambda \quad (3.115)$$

$$(3.116)$$

Zur geometrischen Form der Dissipationsgebiete haben KUO u. CORRSIN (1972) Untersuchungen angestellt. Sie unterscheiden



Ihre Messungen sprechen für ein Vorherrschen der Stabform, was die Modellannahmen von TENNEKES (Vortex-Tubes) mit $a=b=\eta$ und $c=\lambda$ unterstützen würde.

TENNEKES u. LUMLEY (1972) und TENNEKES (1973) geben bei gleichen Modellvorstellungen wie in TENNEKES (1968) den Volumanteil der Vortex-Fäden mit $\sim Re_\lambda^{-1/2}$ an. Mit $\epsilon_f = \bar{\epsilon} Re_\lambda^{1/2}$ erhält man dann das richtige $\bar{\epsilon}$. Da Dissipation nur in diesen Gebieten stattfindet gilt auch

$$\sigma_{\epsilon_f}^2 \sim (\bar{\epsilon})^2 Re_\lambda \quad (3.117)$$

$$\text{und } \sigma_{\bar{\epsilon}}^2 = \sigma_{\epsilon_f}^2 \cdot Re_\lambda^{-1/2} \approx (\bar{\epsilon})^2 Re_\lambda^{1/2} \quad (3.118)$$

Aus $\sigma_{\bar{\epsilon}}^2 \sim Re_\lambda^{1/2}$ folgen

$$S_u \sim Re_\lambda^{3/4} \quad \text{und} \quad K_u \sim Re_\lambda^{1/2} \quad (3.119)$$

$$(3.120)$$

Auch hier wird wieder, wie bei der Definition des Intermittency-Faktors durch BATCHELOR u. TOWNSEND (1947, 1949) K_u mit der Intermittency verbunden (hohe Intermittency $\rightarrow$ hohes K_u).

Das Ergebnis von TENNEKES (1973) entspricht den Voraussagen der LNH mit einem Mittelungsradius λ und $\mu=0.5$. Aus den Modellannahmen ($r \sim \lambda$) folgt für das Spektrum im Inertial Subrange eine Absenkung um $Re_\lambda^{-\mu/9}$.

$$\begin{aligned} E_{uu}(k) &= \alpha \bar{\epsilon}^{2/3} k^{-5/3} = \alpha (\bar{\epsilon})^{2/3} \left(\frac{L}{r}\right)^{-\mu/9} k^{-5/3} \\ &= \alpha Re_\lambda^{-\mu/9} (\bar{\epsilon})^{2/3} k^{-5/3} \end{aligned} \quad (3.121)$$

Bei einer Änderung von Re_λ von 100 (Labor) auf 1000 (Atmosphäre) ändert sich $\propto Re_\lambda^{-1/9}$ um 12%, was mit heutigen meßtechnischen Mitteln nur schwer zu messen ist. Wegen (3.10) hat die Absenkung des Spektrums im Inertial Subrange eine Anhebung im Bereich $k > 1/\eta$ zur Folge.

Diese Folgerungen für das u-Spektrum unterscheiden sich von denen der Kaskaden-Modelle, wo die charakteristische Größe $1/k$ an Stelle von λ ist und so die Änderung sich in einem veränderten Slope ausdrückt.

Die experimentelle Überprüfung der Gültigkeit eines dieser beiden Ansätze (Änderung in der KOLMOGOROV-Konstanten oder Änderung im Slope) ist jedoch wegen der geringen Auswirkungen kaum möglich (siehe auch BOSTON u. BURLING (1972)).

In derselben Weise wie für das u-Spektrum kann man auch die Änderungen der Strukturfunktionen auf eine Re_λ -abhängige KOLMOGOROV-Konstante verlagern

$$D_u^{(p)}(\tau) = \beta_{u,p} \bar{\epsilon}^{p/3} \tau^{p/3} = \beta_{u,p} Re_\lambda^{1/2 p(p-2)/3} (\bar{\epsilon})^{p/3} \tau^{p/3}. \quad (3.122)$$

Hier sprechen aber die experimentellen Ergebnisse, zumindest für die Strukturfunktionen bis zur 7. Ordnung (siehe Abb. 6.21 und 6.22), für eine Änderung im Slope.

KRAICHNAN (1974) geht mit einem nichtlinearen Ansatz $(\partial\omega/\partial t = a(t)\omega - c\omega^3)$ für die Vorticity in ein Vortex-Stretching-Modell ein, wobei $c\omega^3$ für die Dämpfung durch die Viskosität steht. Die Lognormalverteilung erhält er als eine von vielen Möglichkeiten. Die Willkür, gerade eine Lognormalverteilung aus den möglichen Lösungen zu wählen, ist auch ein Ansatz zur Kritik der LNH. Die Gegenargumente von KRAICHNAN beruhen aber auf Annahmen, die durch Experimente oder die Natur des physikalischen Prozesses nicht bestätigt werden.

In einem weiteren Ansatz von miteinander gekoppelten Kaskadenketten verbindet er Vortex-Stretching-Modelle und Kaskaden-Modelle, wobei jedoch auch hier die Lognormalverteilung sich nicht zwingend ergibt.

Zusammenfassend läßt sich zu den Modellen sagen, daß die engere Verknüpfung von Vortex-Stretching- und Kaskaden-Prozessen wohl der physikalischen Wirklichkeit nahekommmt und daher auch bei Modelluntersuchungen weiter verfolgt werden sollte. Die Arbeiten von KRAICHNAN (1974) (und mit ähnlichen Argumenten MANDELBROT (1974)) sind Ansätze in dieser Richtung, entfernen sich aber in ihrer Kritik an der LNH zu weit von den experimentellen Ergebnissen.

35. Experimentelle Überprüfungsmöglichkeiten der LNH
=====

Aus den ursprünglichen Annahmen der LNH und den Folgerungen aus den Modellen erhält man folgende Möglichkeiten zur Überprüfung der LNH und zum Test der Modelle:

- a) Bestimmung von Verteilungen und Momenten von ϵ und von Näherungsgrößen $(\partial u / \partial t)^2$, $(\partial w / \partial t)^2$ u.ä.)
 - Untersuchung der Re_λ -Abhängigkeit der Momente und von aus ihnen gebildeten Größen
 - Momente von $\ln \epsilon$
- b) Untersuchung der Intermittency
- c) Bestimmung der Strukturfunktionen von u , insbesondere der Strukturfunktionen höherer Ordnung
- d) Bestimmung des u -Spektrums (mit den heutigen experimentellen Mitteln kaum geeignet)
- e) Bestimmung des Dissipationsspektrums
- f) μ aus K_u nach (3.37)
- g) Untersuchung der Breakdown-Koeffizienten

Über a) und c) bis g) kann dabei auch die universelle Konstante μ bestimmt werden, wobei die Methode e) als die zur Zeit geeignetste erscheint.

Die wichtigsten Aussagen der LNH und der Modelle seien nochmals in tabellarischer Form zusammengefaßt, um bessere Vergleichsmöglichkeiten mit den experimentellen Ergebnissen zu geben:

Autoren	Bemerkungen	$-S_{\tilde{u}} \sim \text{Re}_{\lambda}^a$	$K_{\tilde{u}} \sim \text{Re}_{\lambda}^a$	$-S_{\tilde{u}} \sim K_{\tilde{u}}^a$
		a	a	a
KOLMOGOROV, OBUKHOV (1941)	Ähnlichkeits- theorie	const.	const.	const.
CORRSIN (1962)	Modell, Vortex-Sheets	9/16	3/2	3/8
TENNEKES (1968)	Modell, Vortex-Tubes	0	1	0
SAFFMAN (1970)	Modell, Vortex-Lines	0	1	0
VAN ATTA u. CHEN (1970)	Strukturfunktionen nach LNH mit $\tau \rightarrow \eta$	$\mu/4$	$2\mu/3$	3/8
TENNEKES (1973)	LNH mit $\tau \rightarrow \eta$	$9\mu/16$	$3\mu/2$	3/8
	LNH mit $\tau \rightarrow \lambda$	$3\mu/8$	μ	3/8
	Modell, Vortex-Filaments	3/16	1/2	3/8
		$E_{\epsilon\epsilon}(k) \sim k^{\alpha}$		μ
		α		
HOPF (1952)	Normalverteilung von ϵ	0		
GOLITSYN (1962) u. NOVIKOV (1965 b)	Quasi-Normality- Hypothese	0		
NOVIKOV (1965 b)	Dimensionsanalyse	5/3		
FRIEHE et al. (1972)	Dimensionsanalyse	-1		
NOVIKOV u. STEWART (1964)	Kaskaden-Modell	$-1 + \mu$		$0 < \mu < 1$
GURVICH u. YAGLOM (1967), YAGLOM (1966)	Kaskaden-Modell	$-1 + \mu$ für $\mu < 1$ 0 für $\mu > 1$		$0 < \mu$
NOVIKOV (1969, 1971)	Über Breakdown- Koeffizienten für $r \rightarrow \eta$ für $r \rightarrow 0$			$\mu = 0.41$ $\mu = 2$

4. Experimentelle Erfassung der Dissipation

4.1. Erfassung des Mittelwerts der Dissipation

=====

Einige Möglichkeiten zur Erfassung des Mittelwerts der Dissipation sollen hier der Vollständigkeit halber aufgezählt werden.

- a) Aus Spektren und Strukturfunktionen nach den Annahmen der Ähnlichkeitstheorie:

$$\text{u-Spektrum } E_{uu}(\kappa) = \alpha_u (\bar{\epsilon})^{2/3} \kappa^{-5/3} \quad (4.1)$$

$$\text{w-Spektrum } E_{ww}(\kappa) = \alpha_w (\bar{\epsilon})^{2/3} \kappa^{-5/3} \quad (4.2)$$

Strukturfunktionen von u

$$D_u^{(p)}(\tau) = \beta_{u,p} (\bar{\epsilon})^{p/3} \tau^{p/3} \quad (4.3)$$

Integral über das u-Spektrum

$$\bar{\epsilon} = 15 \nu \int_0^\infty E_{uu}(\kappa) \kappa^2 d\kappa \quad (4.4)$$

- b) Aus empirischen Parametrisierungsansätzen:

$$\begin{array}{l} \text{Aus dem Maximum des} \\ \text{w-Spektrums} \end{array} \quad \bar{\epsilon} \approx 3.62 \sigma_w^3 K_{\max} \quad (4.5)$$

$$\begin{array}{l} \text{Aus } \bar{U} \text{ in sehr grober} \\ \text{Näherung} \end{array} \quad \bar{\epsilon} \approx C \cdot \bar{U}^3 \quad (4.6)$$

(C in 5m Höhe ≈ 5 ,
U in ms^{-1} , $\bar{\epsilon}$ in $\text{cm}^2 \text{ s}^{-3}$)

- c) Als Restglied der Gleichung für turbulente Energie, i.a. unter sehr vereinfachenden Annahmen. (So erhält man $\bar{\epsilon}$ als Restglied bei Vernachlässigung aller Terme außer dem mechanischen Erzeugungsterm als

$$\bar{\epsilon} \approx u_*^3 / \mathcal{R}z \quad (4.7)$$

- d) Direkte Methode unter Annahme isotroper Turbulenz (siehe (2.30) und (2.31))

$$\bar{\epsilon} = 15 \nu \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2, \quad \bar{\epsilon} = 15 \nu \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \quad (4.8) (4.9)$$

Bei den Messungen 1972 wurden die Methoden (4.1), (4.3) und (4.4) mit den Parametrisierungsansätzen (4.5)-(4.7) verglichen, wobei u_* in (4.7) wiederum aus $\overline{u'w'}$ und aus dem Windprofil bestimmt wurde.

Meßtechnisch am leichtesten zu beherrschen ist (4.7) mit u_* aus dem Windprofil. In (4.1)-(4.3) liegt die Unsicherheit in den KOLMOGOROV-Konstanten α und β , (4.4) ist nur geeignet, wenn das u -Spektrum über den gesamten Wellenzahlbereich bekannt ist. Im Rahmen der möglichen Spanne von α und β zeigten die $\bar{\epsilon}$ -Werte nach (4.1) und (4.3) gute Übereinstimmung, während die Werte nach (4.4) durchwegs zu hoch ausfielen, was wohl auf die Anhebung des Spektrums im hochfrequenten Teil durch Rauschen zurückzuführen ist. Da im Zusammenhang dieser Untersuchung $\bar{\epsilon}$ nur als Backgroundgröße (z.B. zur Bestimmung von Re_λ) diene, wurde $\bar{\epsilon}$ nach (4.7) bestimmt, u_* wurde dabei aus dem Windprofil berechnet. Eine vergleichende Untersuchung mit den Daten von 1972, 1973 und 1974 soll folgen. Dabei sollen auch weitere Parametrisierungsansätze mit einbezogen werden.

42. Erfassung der Momentanwerte der Dissipation

42.1. Methoden anderer Autoren

Direkte Messungen von

$$\epsilon = 0.5 \nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \quad (4.10)$$

wurden bisher nicht durchgeführt, da sie die gleichzeitige Bestimmung der Gradienten aller drei Windkomponenten nach allen drei Raumrichtungen erfordern.

Die Bestimmung räumlicher Gradienten ist nur über die Bestimmung von Geschwindigkeitsdifferenzen möglich, wobei die Distanz nur durch den Einsatz von Hitzdrahtsonden so weit verringert werden kann, daß die Annahme $\partial u_i / \partial x_j \approx \Delta u_i / \Delta x_j$ sinnvoll ist. Lediglich für Gradienten in x-Richtung (also in Richtung der mittleren Windgeschwindigkeit) ist bei Anwendung der TAYLOR'schen Hypothese die direkte Bestimmung durch Differentiation des Signals möglich: $\partial u_i / \partial x \sim \partial u_i / \partial t$. Dabei lassen sich als Meßfühler Hitzdrahtsonden und Ultraschallanemometer verwenden.

Wegen großer meßtechnischer Schwierigkeiten und hohem Aufwand wurde die Größe ϵ daher bisher durch andere mit ihr verknüpfte Größen angenähert. Anstelle von ϵ wurden dabei die Größen $(\partial u / \partial x)^2$ oder $(\partial w / \partial x)^2$ bzw. die direkt gemessenen Größen $(\partial u / \partial t)^2$ oder $(\partial w / \partial t)^2$ verwendet (siehe (4.8) und (4.9)).

Auch bei Vorticity-Messungen, so bei BOVSHEVEROV et al. (1971) wird mit 2 Sonic-Anemometern nur die Normalkomponente von ϵ gemessen (es gilt bei isotroper Turbulenz $\epsilon \sim (\text{rot } u)^2$, s.dazu auch MONIN u.YAGLOM (1971,1975)vol.2, S.374 und WYNGAARD (1969)) und damit nur ein Teil der Dissipationseignisse erfaßt. WYGNANSKI u.FIEDLER (1970) untersuchten in der nichtisotropen Turbulenz eines Windkanals Gradienten von u, v und w in x-Richtung (aus der zeitlichen Ableitung des Signals) und von u in y- und z-Richtung (Messung mit 2 Hitzdrähten im Abstand 0.2 mm $\ll \eta$). Die Messungen erfolgten aber nicht gleichzeitig, so daß auch mit dieser Methode nicht alle Terme von (4.10) simultan erfaßt werden konnten.

Mit den Näherungen [(4.8) oder (4.9)] werden zwar bei völliger Isotropie die Mittelwerte von ϵ richtig wiedergegeben, die Momentanwerte von $(\partial u / \partial x)^2$ und $(\partial w / \partial x)^2$ sind jedoch nicht mit den Momentanwerten von ϵ identisch, da mit den Näherungsformeln nicht alle Ereignisse von Dissipation erfaßt werden. Gerade darauf kommt es aber an, wenn man den zeitlichen Ablauf, z.B. intermittierendes Verhalten, untersuchen will und statistische Eigenschaften bestimmen will.

Die statistischen Aussagen, die anstelle von ϵ für Größen wie $(\partial u / \partial x)^2$ gemacht werden, sind so nicht ohne weiteres auf ϵ zu übertragen. So folgt z.B. - ohne Kenntnis der Wahrscheinlichkeitsverteilung der anderen Gradienten - aus einer Lognormalverteilung von $(\partial u / \partial x)^2$ nicht die Lognormalverteilung von ϵ .

422. Eigene Methode

Um die Nachteile der Näherungsmethoden zu vermeiden, sollte daher mit einer Anordnung, wie sie in Abb. 5.8 dargestellt wird, versucht werden, ϵ direkt zu messen und so Zeitreihen von ϵ zu gewinnen, die den tatsächlichen Verlauf der Dissipation besser wiedergeben als (4.8) und (4.9) und die damit auch die statistischen Eigenschaften der Dissipation besser beschreiben.

Mit der Meßanordnung nach Abb. 5.8 wird ϵ bestimmt als

$$\epsilon = 0.5 \nu \left(\frac{\Delta u_i}{\Delta x_i} + \frac{\Delta u_j}{\Delta x_j} \right)^2, \quad (4.11)$$

es werden also die Gradienten $\partial u_i / \partial x_j$ durch die Differenzenquotienten ersetzt:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \approx \frac{\Delta u_i}{\Delta x_j} = \frac{u_i(x_j) - u_i(x_j + \Delta x_j)}{\Delta x_j} \quad (4.12)$$

Die Abstände Δx_j betrugen dabei 1 cm. Die spektrale Auflösung der Größen $\partial u_i / \partial x_j$ wird durch die Größen Δx_j beschränkt. Die Differenzbildung wirkt als Tiefpaßfilter. Ob der Wert von $\Delta u_i / \Delta x_j$ als repräsentativ für den Bereich von Δx_j gelten kann hängt vom Spektrum der Größen $\partial u_i / \partial x_j$ ab. Wie Messungen zeigen, beginnt bei $\Delta x_j \approx \eta \approx 0.1$ cm der sogenannte Dissipationsbereich mit einem steileren Abfall des Spektrums als im Inertial Subrange, sodaß mit $\Delta x_j = 1$ cm die $\Delta u_i / \Delta x_j$ zumindestens als 1. Näherung für die $\partial u_i / \partial x_j$ gewählt werden können. Somit kann auch die aus den $\Delta u_i / \Delta x_j$ gebildete Größe ϵ als 1. Näherung für die Dissipation im Gebiet um Δx_j gelten. Eine Verkleinerung des Abstandes der Meßfühler ($\Delta x_j < \eta$) wäre natürlich wünschenswert, ist jedoch mit den derzeitigen experimentellen Mitteln nicht möglich. Lediglich Messungen mit Laser-Anemometern wären geeignet, kleinere Werte für Δx_j zu erzielen, der materielle Aufwand und die Störung des Strömungsfeldes wären dabei jedoch für Freilanduntersuchungen unvertretbar hoch.

Die Erfassung aller Ereignisse von Dissipation ohne Rücksicht auf die Lage der Wirbel im Raum wird erkaufte durch die spektrale Beschränkung auf Wirbel ≥ 1 cm und damit $> \eta$, sowie durch den hohen Aufwand der Meßanordnung.

Um Fehler klein zu halten, die vor allem durch die Eigenkonvektion an den Hitzdrähten entstehen, wurden nur Meßbruns ausgewertet, bei denen $u_* > 0.20$ m/s war.

5. Experimentelle Untersuchungen

51. Aufbauplatz

Die Messungen wurden in einem nahezu homogenen Gelände 400m südwestlich der Meteorologischen Station beim Forschungsreaktor Garching durchgeführt ($11^{\circ}40,3'$ ö.L., $48^{\circ}15,8'$ n.Br., 475m ü.NN).

In Hauptwindrichtung (W) war das Gelände auf 300m mit Raps von 1m Höhe bepflanzt, danach bis zur B11 mit Getreide von 1.2m Höhe. Auf Grund der Bebauung im Osten wurden Messungen nur durchgeführt, wenn die Windrichtung zwischen 350 Grad und 210 Grad lag (s. Abb. 5.1).

Zur Bestimmung von Backgroundparametern wurde zum Teil auf die Messungen der Meteorologischen Station beim Forschungsreaktor zurückgegriffen (Beschreibung der Station siehe HOFMANN u. KRAUS (1962)).

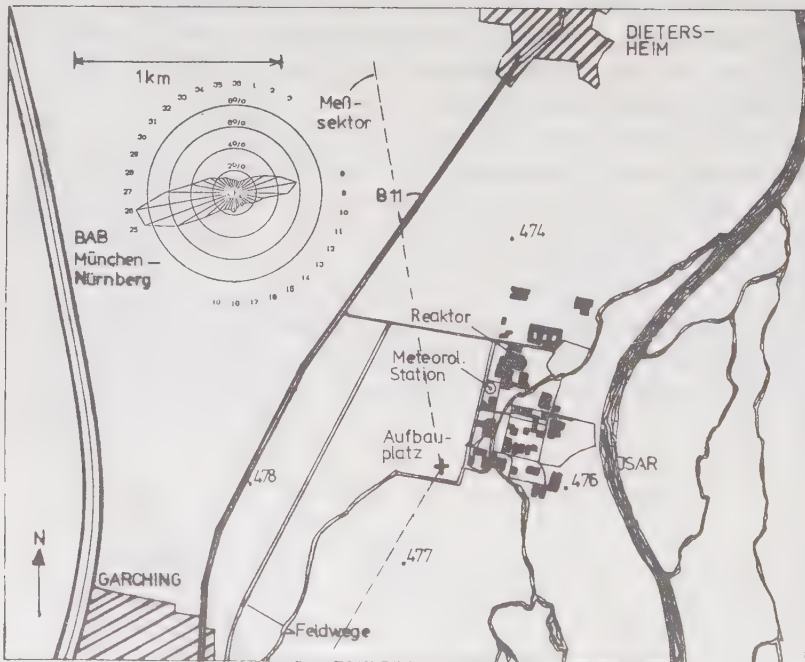


Abb.5.1-Aufbauplatz (Top. Karte von Bayern 1:25000, Blatt 642 und TECHN. UNIV. (1970)), Windrose nach FIEDLER (1970)

52. Meßsystem =====

521. Freilandexperimente Herbst 1972/Sommer 1973

Die Messungen, die dieser Arbeit zugrunde liegen, fanden in der Zeit vom 18.6.73 bis 21.7.73 statt. Für einige Untersuchungen wurden auch Ergebnisse eines Freilandexperiments am selben Aufbauplatz in der Zeit vom 2.10.72 bis 29.11.72 mitverwendet.

Bei den Messungen von 1972 wurden in 5m Höhe u, v und w mit einem aus Einfach-Hitzdrahtmeßfühlern (DISA, Typ 55F02) selbst zusammengebauten Dreifach-Meßfühler gemessen, T mit einem von Prof. FIEDLER entwickelten und gebauten Temperaturmeßfühler (FIEDLER u. FREYTAG (1974b)).

U, v, w und T wurden 100 mal je Sekunde abgefragt ("Schnelle" Messungen). Als Backgroundgrößen ("Langsame" Messungen) wurde ein Windprofil, sowie die Gesamtstrahlungsbilanz gemessen. Temperatur- und Feuchteprofil wurden von der Meteorologischen Station beim Forschungsreaktor Garching übernommen.

Die 1972 durchgeführten Messungen dienten hauptsächlich der Untersuchung der spektralen Verteilung turbulenter Flüsse (FIEDLER u. FREYTAG (1974a,b)). Aus den vorliegenden Zeitreihen wurden aber auch Strukturfunktionen berechnet, die in die Untersuchungen dieser Arbeit mit einbezogen wurden.

Bei den Messungen von 1973 wurden zusätzlich Temperatur-, Feuchte- und Bodentemperaturprofil gemessen. Die Instrumentierung des Experiments 1973 wird in 522. und 523. beschrieben. Abb. 5.2 gibt einen Überblick über die gesamte Anlage, wie sie 1973 eingesetzt wurde.

522. "Schnelle" Messungen

5221. "Schneller" Wind -----

a) Dreifach-Meßfühler

Zum Einsatz kamen Dreifach-Hitzdrahtmeßfühler der Firma DISA, Herlev (Dänemark) des Typs 55P91 (Abb. 5.3, s. DISA (1970, 1971, 1972))

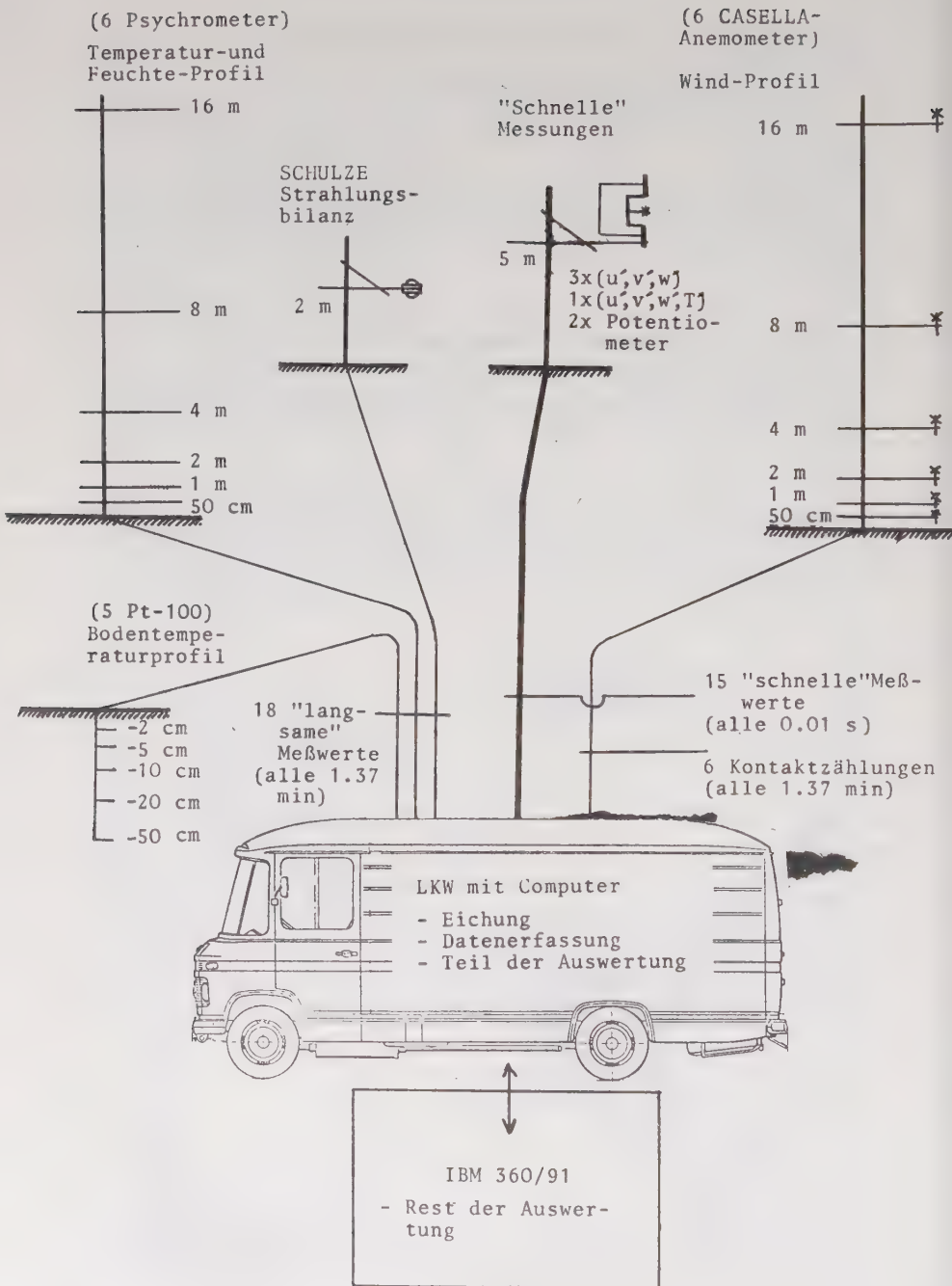


Abb.5.2 Meßanlage für die Messungen 18.6.-21.7.1973

aa) Aufbau

3 platinbeschichtete Wolframdrähte von $5\mu\text{m}$ Durchmesser und einer empfindlichen Länge von 1.25 mm sind zu einem rechtwinkligen Dreiein angeordnet und spannen so einen Kegel mit einem Öffnungswinkel von 70.6° auf (Abb. 5.4 und 5.6). Die empfindlichen Teile der 3 Drähte umgeben ein Volumen von etwa 3 mm Durchmesser. Die Wolframdrähte werden auf eine konstante Temperatur von etwa 580 K erhitzt.

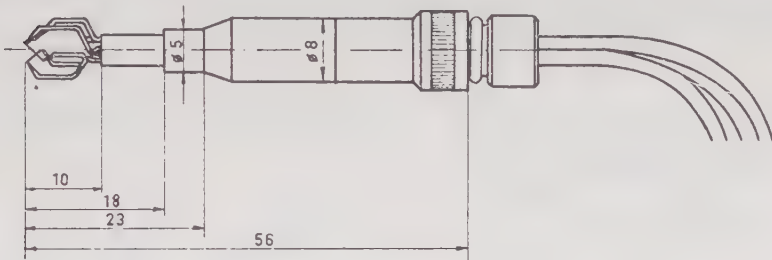


Abb. 5.3 Dreifach-Meßfühler 55P91 (Maße in mm, nach DISA(1971))

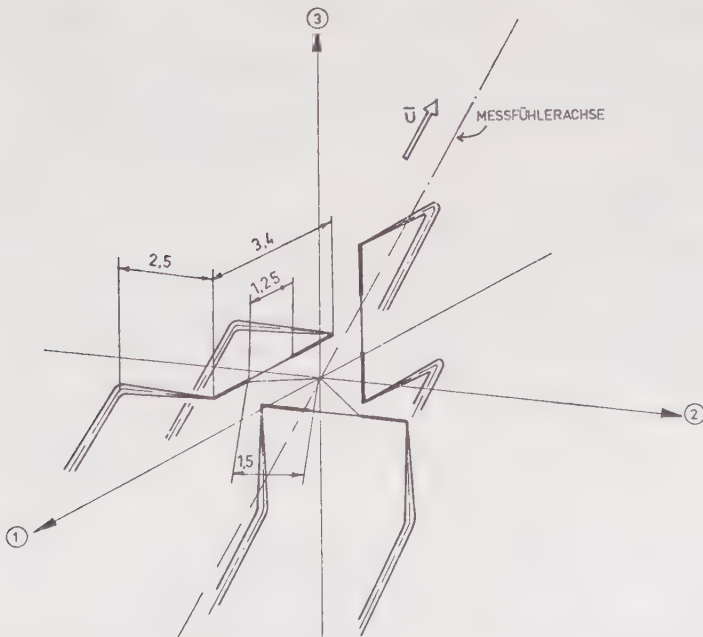


Abb.5.4 Anordnung der Hitzdrähte beim Dreifach-Meßfühler 55P91 (Maße in mm, nach DISA (1971))

Jeder Hitzdraht ist Arm einer Meßbrücke (DISA-Konstant-Temperatur-Anemometer 55D05, siehe DISA (1967)). Die Brückenabgleichsspannung V des Anemometers folgt der Windgeschwindigkeit U nach dem KING'schen Gesetz (KING (1914)):

$$V^2 = A + BU^n \quad \text{und näherungsweise} \quad V \approx V_0 + B'U^{n-a} . \quad (5.1)$$

(5.2)

Die Konstanten A , B und n (bzw. V_0 , B' , $n-a$) sind vom Meßfühlertyp, dem Anemometer, dem umgebenden Medium und der Überhitzung des Meßfühlers gegenüber der Umgebung abhängig.

Durch einen Linearisator (DISA 55D15, siehe DISA (1969)) mit der Transferfunktion

$$V_{out} = K(V - V_0)^{\frac{1}{n-a}} \quad (5.3)$$

wird ein linearer Zusammenhang zwischen der Windgeschwindigkeit und der Ausgangsspannung des Linearisators hergestellt.

$$V_{out} = K'U \quad \text{mit} \quad K' = KB' \frac{1}{n-a} . \quad (5.4)$$

Im allgemeinen ist zu diesem linearen Zusammenhang zwischen V_{out} und U eine Nullpunktverschiebung V_{zero} zu berücksichtigen, es gilt dann

$$U = \frac{V_{out} - V_{zero}}{K'} . \quad (5.5)$$

Die Konstanten K' und V_{zero} in (5.5) wurden durch Eichung in einem im Institut entworfenen und gebauten Windkanal (Bereich $0-13 \text{ ms}^{-1}$, Freistrahler) vor und nach jedem Meßrun bestimmt.

ab) Bestimmung des Windvektors

Für die linearisierte Ausgangsspannung V_{out} eines Hitzdraht-anemometers gilt das sogenannte Cosinus-Gesetz

$$V_{out}^2(\alpha) = V_{out}^2(0) (\cos^2 \alpha + K_1^2 \sin^2 \alpha), \quad \Theta = 0^\circ \quad (5.6)$$

$$V_{out}^2(\Theta) = V_{out}^2(0) (\cos^2 \Theta + K_2^2 \sin^2 \Theta), \quad \alpha = 0^\circ \quad (5.7)$$

das die Abhängigkeit der Ausgangsspannung von den Anströmwinkeln (Yaw-Winkel α und Pitch-Winkel Θ) angibt (s. Abb. 5.5).

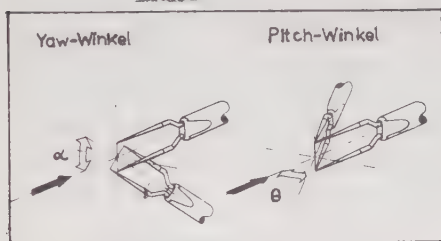


Abb. 5.5

Definition von Yaw- und Pitch-Winkel, gezeigt an Einfach-Meßfühlern (nach DISA (1970))

Die Konstanten K_1 und K_2 wurden empirisch nach (5.6) und (5.7) aus

$$K_1^2 = \frac{V_{out}^2(\alpha = 90^\circ)}{V_{out}^2(\alpha = 0^\circ)}, \quad \Theta = 0^\circ \quad (5.8)$$

$$K_2^2 = \frac{V_{out}^2(\Theta = 90^\circ)}{V_{out}^2(\Theta = 0^\circ)}, \quad \alpha = 0^\circ \quad (5.9)$$

bestimmt. Die Ergebnisse $K_1=0.17$, $K_2=1.01$ stimmten gut mit den Werten überein, die von der Herstellerfirma angegeben werden ($K_1 = 0.15$, $K_2 = 1.02$).

Bei der Eichung wurde die vom Windkanal erzeugte Windgeschwindigkeit über ein Staurohr und eine Meßbrücke (HOTTINGER BALDWIN Meßtechnik KWS/3 S-5) bestimmt, in deren einen Arm ein induktiver Differenz-Druckaufnehmer geschaltet war (PD1, max. Differenzdruck 0.01 kp/cm^2).

Die Eichhalterung für die Dreifach-Meßfühler war um 2 Achsen drehbar, so daß die Abhängigkeit der Ausgangsspannung von Yaw-Winkel α und Pitch-Winkel Θ bestimmt werden konnte. Die Ergebnisse für die Komponenten des Windvektors aus den Hitzdrahtmessungen

stimmten (für $\theta \leq 25^\circ$) mit einem max. Fehler von 3% mit den aus α, θ und dem Staudruck berechneten Werten überein.

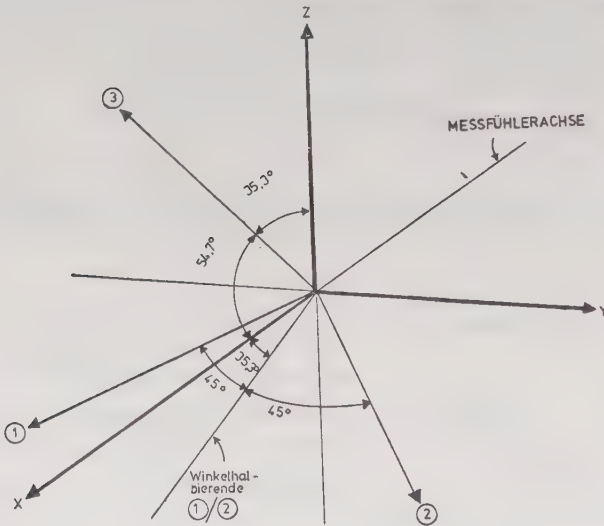


Abb.5.6.

Winkelverhältnisse am Dreifach-Meßfühler 55 P 91 im Koordinatensystem A

(nach DISA 1971))

Zwischen den linearisierten Ausgangsspannungen $V_{1,2,3}$ der drei Anemometer und den drei Windkomponenten in Richtung der Hitzdrähte (U_x, U_y, U_z) besteht für ein Koordinatensystem A (mit x-Richtung in Richtung der Symmetrieachse des Meßfühlers, z-Richtung in Richtung der Ebene Draht ③ /Winkelhalbierende Draht ① und Draht ②, siehe Abb.5.6) auf Grund der Geometrie der Anordnung folgende Beziehung (Ableitung siehe DISA (1971)):

$$V_1^2 = S_1^2 (K_1^2 U_x^2 + U_y^2 + K_2^2 U_z^2)$$

$$V_2^2 = S_2^2 (K_2^2 U_x^2 + K_1^2 U_y^2 + U_z^2)$$

(5.10)

$$V_3^2 = S_3^2 (U_x^2 + K_2^2 U_y^2 + K_1^2 U_z^2)$$

Für die Komponenten u, v, w des Windvektors in x, y, z-Richtung folgt daraus

$$\begin{Bmatrix} U \\ V \\ W \end{Bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \frac{1}{3}\sqrt{6} & \frac{1}{3}\sqrt{6} & \frac{1}{3}\sqrt{6} \\ -1 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{3}\sqrt{3} & -\frac{1}{3}\sqrt{3} & \frac{2}{3}\sqrt{3} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \sqrt{S_1^2 K_1^2 V_1^2 + S_2^2 V_2^2 + S_3^2 K_2^2 V_3^2} \\ \sqrt{S_1^2 K_2^2 V_1^2 + S_2^2 K_1^2 V_2^2 + S_3^2 V_3^2} \\ \sqrt{S_1^2 V_1^2 + S_2^2 K_2^2 V_2^2 + S_3^2 K_1^2 V_3^2} \end{Bmatrix} \quad (5.11)$$

Die S_i sind dabei die Eichfaktoren (entsprechend K' in (5.4)), die experimentell bestimmt werden müssen.

Mit Hilfe der drehbaren Eichhalterung über der Öffnung des Windkanals konnte der Winkel ω bestimmt werden, um den die z-Achse im Koordinatensystem A von der Raumsenkrechten bei der späteren Anbringung des Meßfühlers am Mast abwich. Damit erhielt man die drei Windkomponenten in einem Koordinatensystem B (z-Achse senkrecht) durch Drehung des Koordinatensystems A um den Winkel ω .

b) Windfahne

Die gesamte Meßfühleranordnung (siehe Abb. 5.8) war auf einer Windfahne montiert, deren Aufgabe war, die Meßfühler so nachzuführen, daß der Windvektor $\vec{U}$ im 70.6° -Kegel der Meßfühlerdreibeine blieb. Untersuchungen bei den Messungen 1972 haben gezeigt, daß ohne Verwendung einer Windfahne 28% der Werte um mehr als 25° von der Meßfühlerachse abweichen und damit mit einem Fehler $\geq 3\%$ behaftet sind. Bei Verwendung der Windfahne lagen nur 0.3% der Werte außerhalb dieses Bereiches (s. Abb. 5.7).

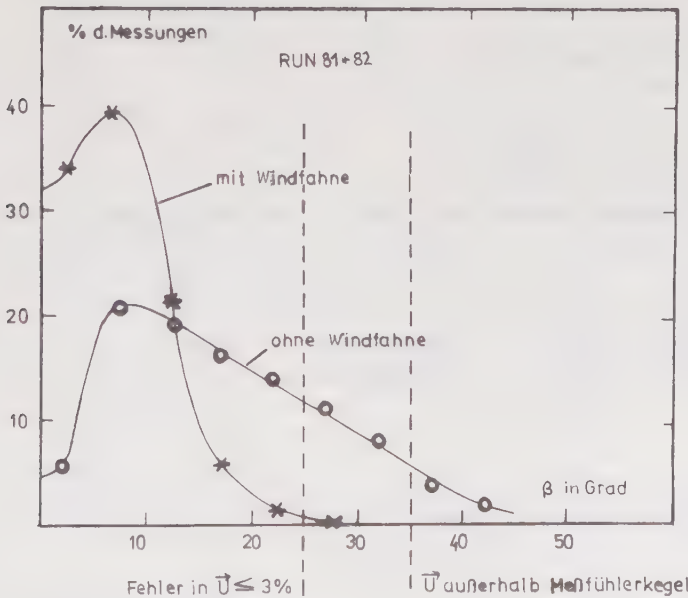


Abb. 5.7 Einfluß der Windfahne auf den Meßfehler (β = Winkelabweichung von der Meßfühlerachse)
Die Werte sind der Übersichtlichkeit wegen durch eine Kurve verbunden.

Der Stellwinkel γ der Windfahne wurde über einen Feinschleifwiderstand (Fa. Fernsteuergeräte, FW 63 140 Ω) jeweils zusammen mit den Windkomponenten gemessen. So konnten die 3 Komponenten der Windgeschwindigkeit in einem Koordinatensystem C (ortsfest) oder, nachdem die mittlere Windrichtung bestimmt wurde, in einem Koordinatensystem D (x-Richtung = $\bar{U}$ -Richtung) angegeben werden. Alle Untersuchungen in dieser Arbeit wurden in diesem Koordinatensystem D vorgenommen.

c) Spezielle Meßfühleranordnung und Meßverfahren zur Dissipationsmessung

Drei der oben beschriebenen Dreifach-Meßfühler waren in einem gleichschenkligen Dreieck angeordnet (s. Abb.5.8). In jeder der Positionen O wurde so u, v, w in der unter a) und b) beschriebenen Weise bestimmt. Mit diesen Werten konnten die Differenzenquotienten der Windkomponenten in y- und z-Richtung berechnet werden : Mit

$$\vec{U} = (u, v, w) = (u_1, u_2, u_3) \text{ und } \Delta y = \Delta z = 1 \text{ cm}$$

erhält man
$$\frac{\Delta u_i}{\Delta y} = \frac{u_{i3} - u_{i2}}{\Delta y} \quad (5.12)$$

und
$$\frac{\Delta u_i}{\Delta z} = \frac{\frac{u_{i3} + u_{i2}}{2} - u_{i1}}{\Delta z}, \quad (5.13)$$

wobei der 2. Index jeweils die Meßfühlerposition angibt.

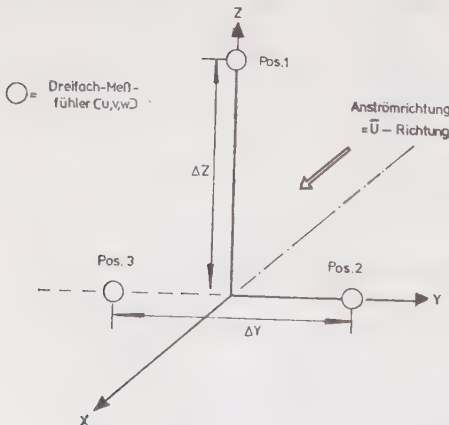


Abb.5.8 Meßfühleranordnung zur Dissipationsmessung

Um auch die Differenzen in x-Richtung bestimmen zu können, wurde der Dreifach-Meßfühler ② nach einer Zeit Δt ein zweites Mal abgefragt. Die Zeit war so gewählt, daß $\bar{u} \cdot \Delta t = \Delta x = \Delta y = \Delta z = 1 \text{ cm}$ war. Man erhält so

$$\frac{\Delta u_i}{\Delta x} = \frac{u_{i2}(t + \Delta t) - u_{i1}(t)}{\bar{u} / \Delta t} \quad (5.14)$$

Der Wert von $\bar{u}$ wurde vor der Messung geschätzt, um Δt für das Meßprogramm festlegen zu können, Fehler in der Schätzung wurden später bei der Auswertung ausgeglichen, ebenso Fehler, die durch schräge Anströmung der Anordnung entstanden (Verkürzung der Strecken Δy und Δz). Die Werte für Δt lagen um 0.002 s.

Aus den so bestimmten Differenzquotienten $\Delta u_i / \Delta x_j$ mit $i = 1, 2, 3$ und $j = 1, 2, 3$ wurden Zeitreihen der Größen

$$\epsilon_1 = 0.5 \vee \left[\frac{\Delta u_i}{\Delta x_j} + \frac{\Delta u_j}{\Delta x_i} \right]^2, \quad (5.15)$$

$$\epsilon_2 = 15 \vee \left[\frac{\Delta u}{\Delta x} \right]^2 \text{ und} \quad (5.16)$$

$$\epsilon_3 = 15 \vee \left[\frac{\Delta w}{\Delta x} \right]^2 \text{ berechnet.} \quad (5.17)$$

5222. "Schnelle" Temperatur

Im seitlichen Abstand von 1 cm zum Dreifach-Meßfühler ② war ein Temperaturmeßfühler nach Prof. FIEDLER angebracht (5 μm -Platindraht, Gesamtwiderstand $\approx 200 \Omega$).

Über eine Meßbrücke (ebenfalls nach Prof. FIEDLER) erhält man eine Ausgangsspannung V, die in einem Temperaturbereich von $\pm 10 \text{ K}$ um eine vorgegebene Mitteltemperatur $\bar{T}$ der Temperatur T nach

$$V = K_T \cdot (T - \bar{T}) \quad (5.18)$$

folgt (FIEDLER u. FREYTAG (1974b)).

Die Temperatur wird mit einer Genauigkeit $\pm 0.02 \text{ K}$ angegeben, die Grenzfrequenz der Anordnung beträgt 75 s^{-1} .

5223. Mast und Ausleger

Die Windfahne mit den Meßfühlern war auf einem Ausleger in 2 m Abstand vom Mast (Alu-Rohr, Durchmesser 5 cm) montiert. Der Abstand der Meßfühler von der Erdoberfläche betrug 5 m.

523. "Langsame" Messungen

5231. Windprofil

CASELLA-Anemometer des Typs T16108/2 in 16, 8, 4, 2, 1 und 0.5m Höhe wurden an einem am Institut hergestellten Mast (ähnlich dem Mast für das Temperaturprofil) zur Bestimmung des Windprofils eingesetzt.

Zusätzlich zur Werkseichung wurden Eichungen der Anemometer im Windkanal des Instituts und im Windkanal des DWD, München, durchgeführt. Den Auswertungen wurden die Ergebnisse der Eichung im Windkanal des Instituts zugrundegelegt, um einen besseren Anschluß an die Eichung der Hitzdraht-Meßfühler zu erreichen.

Die Abweichungen zwischen eigener Eichung und werkseichung lagen unter 2%.

Der Eichkurve wurde eine Ausgleichsparabel angeglichen, deren Parameter zur Auswertung benutzt wurden.

5232. Temperatur- und Feuchteprofil

In 6 Höhen (16, 8, 4, 2, 1 und 0.5 m) wurden an einem Mast (SM17 KLÖCKNER-HUMBOLDT-DEUTZ) Trocken- und Feuchttemperatur mit Pt-100-Thermometern gemessen. Aus den gemessenen Widerständen von Trocken- und Feucht-Thermometern (R_t , R_f) erhält man Trocken- und Feuchttemperatur (HOFFMANN (1960)):

$$T_t = A + B R_t + C R_t^2 \quad (R_{t,f} \text{ in } \Omega, A \text{ in K}, T_{t,f} \text{ in K} \quad (5.19)$$

$$T_f = A + B R_f + C R_f^2 \quad B \text{ in K}/\Omega, C \text{ in K}/\Omega^2 \quad (5.20)$$

Daraus folgen potentielle Temperatur Θ und Dampfdruck e nach

$$\Theta = T (p_0/p)^{0.284} \quad (p_0 = 1000 \text{ mb}, p \text{ in mb}) \quad (5.21)$$

$$E = 4.58 \cdot 10^{\left(\frac{7.45 - \vartheta_f}{235 + \vartheta_f}\right)} \quad (\text{MAGNUS-Formel, } E \text{ in Torr, } \vartheta_f \text{ in } ^\circ\text{C}) \quad (5.22)$$

$$e = E - \frac{b}{4510} (T_t - T_f) \quad (\text{SPRUNG'sche Formel, } E, e \text{ und } b \text{ in Torr, } T_{t,f} \text{ in K}) \quad (5.23)$$

5233. Bodentemperaturprofil

Ein Bodenmeßstab mit Pt-100-Widerstandsthermometern in 5 Tiefen (2, 5, 10, 20, 50 cm) wurde zur Bestimmung eines Bodentemperaturprofils abgefragt.

5234. Strahlung

Die Gesamtstrahlungsbilanz wurde mit einem Strahlungbilanzmesser nach SCHULZE bestimmt. Aus den Ausgangsspannungen V_{oben} und V_{unten} und dem Widerstand des Thermometers R_s erhält man die Gesamtstrahlungen S_{oben} und S_{unten} :

$$S_o = \frac{697.7}{f_o} V_{\text{oben}} \quad (V_{\text{oben}} \text{ in mV, } f_o \approx 40, S_o \text{ in Wm}^{-2}) \quad (5.24)$$

$$S_u = \frac{697.7}{f_u} V_{\text{unten}} \quad (V_{\text{unten}} \text{ in mV, } f_u \approx 40, S_u \text{ in Wm}^{-2}) \quad (5.25)$$

$$S_{\text{oben}} = \sigma T^4 + S_o \quad (T \text{ in K aus } R_s, \quad (5.26)$$

$$S_{\text{unten}} = \sigma T^4 + S_u \quad \begin{aligned} \sigma &= 5.6698 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4} \\ S_{\text{oben}}, S_{\text{unten}} &\text{ in Wm}^{-2} \end{aligned} \quad (5.27)$$

und als Gesamtstrahlungsbilanz

$$\Delta S = S_{\text{oben}} - S_{\text{unten}} \quad (5.28)$$

5235. Background Garching

Die Wind- und Temperaturprofile wurden, ebenso wie die Strahlungsbilanz mit den Ergebnissen der Meteorologischen Station beim Forschungsreaktor Garching verglichen, insbesondere bei den Messungen Winter 1972 wurden die dort gewonnenen Daten zur Bestimmung von Backgroundgrößen verwandt.

524. Datenerfassungsanlage

Die schnellen Meßwerte (12 Windkomponenten, 1 Temperaturwert, 2 Potentiometerwerte) wurden alle 0.01 s von einem Rechner (HEWLETT-PACKARD 2116) über ein Datenerfassungssystem (HP 2312 A Subsystem mit Low-Level-Multiplexer und

Miniverter) abgefragt, digitalisiert (11 Bit-Worte, Auflösung 1:2048) und auf Magnetband gespeichert. Durch die Länge des Magnetbandes war die Dauer der Messung bei 0.01 s Meßtakt auf 90 Minuten beschränkt. Aus den so gewonnenen Zeitreihen wurden Runs von 21 - 44 Minuten Dauer ausgewählt.

Die langsamen Größen (Strahlung, Profile) wurden alle 81.92 s (=1.37 min) über ein Datenerfassungssystem (HP 2321 Subsystem mit Crossbar-Scanner) und ein Kontaktzählgerät (GUREG 107-SV5RV-16) abgefragt, digitalisiert und ebenfalls auf Magnetband gespeichert.

525. Datenverarbeitung

Die Auswertung erfolgte für Backgroundparameter, Verteilungen und Momente mit dem eigenen Rechner, die Datenkonvertierung (Umrechnung der Spannungen auf Windgeschwindigkeiten nach (5.11)) erfolgte, ebenso wie die Berechnung der Spektren, auf der Rechenanlage des IPP Garching (IBM 360/91).

53. Übersicht über die Meßruns

=====

In der folgenden Tabelle sind die wichtigsten Größen der Messungen 1972 und 1973 angegeben. Zur Definition der Größen sei auf 9. verwiesen. Die Symbole beziehen sich auf die Abb. 6.12, 6.14, 6.16, 6.23 und 6.25.

Meßrun	Datum 1973 1972	beginn MEZ	Dauer min	$\bar{u}$ m/s	u_{*} m/s	Ri	$\bar{\epsilon}$ cm ² /s ³	δ_z^2 m ² /s ²	λ cm	η mm	Re _{λ}	Symbol
9201	25.6.	13.22	22	2.7	0.23	-0.92	60.8	1.45	15.4	0.87	12280	W
9202	25.6.	13.44	22	1.7	0.12	-0.77	8.6	0.48	35.4	1.41	16242	T
9301	12.7.	16.09	22	4.4	0.39	-0.07	296.6	1.66	11.2	0.58	9556	V
9501	16.7.	11.52	22	1.9	0.15	-0.69	16.9	0.92	34.9	1.19	22168	O
9502	16.7.	12.14	22	1.5	0.08	-3.57	2.6	0.50	65.8	1.91	30812	U
9601	18.7.	11.05	22	3.6	0.35	-0.003	214.4	0.67	8.4	0.63	4553	1
9602	18.7.	11.27	22	3.7	0.30	-0.26	135.0	0.59	9.9	0.71	5035	2
9701	18.7.	14.25	27	6.1	0.60	-0.008	1080.0	2.80	7.6	0.42	8422	8
9702	18.7.	14.52	27	4.8	0.48	-0.03	552.9	1.68	8.3	0.49	7124	+
9801	18.7.	16.20	27	5.8	0.59	-0.06	1026.9	2.68	7.7	0.43	8347	4
9802	18.7.	16.47	27	5.4	0.55	-0.017	831.9	2.00	7.4	0.45	6930	5
9901	20.7.	10.51	21	7.6	0.71	-0.050	1789.6	5.56	8.4	0.37	13117	6
9902	20.7.	11.12	21	6.6	0.62	-0.056	1191.6	5.82	10.5	0.41	16775	7
7101	20.7.	13.11	22	5.8	0.53	-0.098	744.4	3.99	10.9	0.46	14419	Z
7102	20.7.	13.33	22	6.1	0.56	-0.063	878.0	3.34	9.3	0.44	11255	*
7201	20.7.	17.17	22	5.1	0.30	-0.057	135.0	2.26	19.4	0.71	19314	X
7202	20.7.	17.39	22	4.2	0.26	-0.080	87.9	1.56	19.9	0.79	16460	>
7301	20.7.	19.00	22	2.4	0.29	+0.155	121.9	0.97	13.4	0.73	8740	3
81	27.10.	18.54	22	2.5	0.11	+0.48	65.0	0.23	8.9	8.5	2827	
82	27.10.	19.19	22	1.8	0.10	+0.56	120.5	0.13	4.9	7.3	1170	
123	16.11.	15.19	22	2.1	0.20	-2.07	30.3	0.17	11.3	1.0	3086	
141	25.11.	12.12	44	5.3	0.24	-0.09	105.6	0.41	9.4	7.5	3986	

6. Ergebnisse

Im folgenden soll nun anhand der in 35.aufgestellten Liste eine Übersicht über Messungen anderer Autoren und eigene Messungen der statistischen Eigenschaften der Dissipation gegeben werden, mit denen die LNH und die darauf aufbauenden Modelle überprüft werden können.

61. Verteilungen und Momente

=====

Eine direkte Überprüfung der LNH ist durch die Untersuchung der Häufigkeitsverteilungen von ϵ oder verwandter Größen und der Momente dieser Größen gegeben.

In der Literatur werden im Zusammenhang mit der LNH und der Intermittency Verteilungen und Momente der Größen $\partial u/\partial t$, $\partial w/\partial t$, $\partial u/\partial x$, $(\partial u/\partial t)^2$, $(\partial w/\partial t)^2$ sowie höherer Ableitungen von u und von Geschwindigkeitsdifferenzen Δu und deren Quadraten $(\Delta u)^2$ angegeben, von denen hier besonders die Größen von Interesse sind, die direkt mit ϵ verknüpft sind, also $(\partial u/\partial t)^2$ und $(\partial w/\partial t)^2$.

Charakteristische Merkmale lassen sich jedoch auch an Gradienten und Differenzen von Geschwindigkeiten untersuchen, da die LNH und die darauf aufbauenden Modelle auch für sie Voraussagen machen.

611. Geschwindigkeitsgradienten und -differenzen

6111. Verteilungen

a) Ergebnisse anderer Autoren

Alle gemessenen Verteilungen von Geschwindigkeitsgradienten und Geschwindigkeitsdifferenzen zeigen Abweichungen von der Normalverteilung, die in den Re_λ -abhängigen S- und K-Werten begründet sind (s. (3.41), (3.53) u. (3.54)). WYNGAARD u. PAO (1972) zeigen die Zunahme der Abweichungen von der Normalverteilung mit wachsendem Re_λ (200 ... 10000): Dem Überschuß an Werten um den Mittelwert und an den Flanken steht ein Mangel an Werten mit mittleren Abweichungen ($0.5 \leq |a/\bar{\epsilon}_\lambda| \leq 3$) gegenüber. Ein ähnliches Bild zeigen VAN ATTA u. CHEN (1970), WYNGAARD u. TENNEKES (1970) (siehe dazu Abb. 6.1), CHEN (1971) und SHEIH et al. (1971) (alle für $\partial u/\partial t$, letztere auch für $\partial w/\partial t$).

Der Überschuß an Werten um den Mittelwert ist besonders deutlich bei nichtlogarithmischer Darstellung der Ordinate zu sehen (PAQUIN u. POND(1971), Abb. 6.2), bei ANTONIA(1973) erreicht das Maximum in dieser Darstellung Werte um 0.8 (Normalverteilung: 0.399).

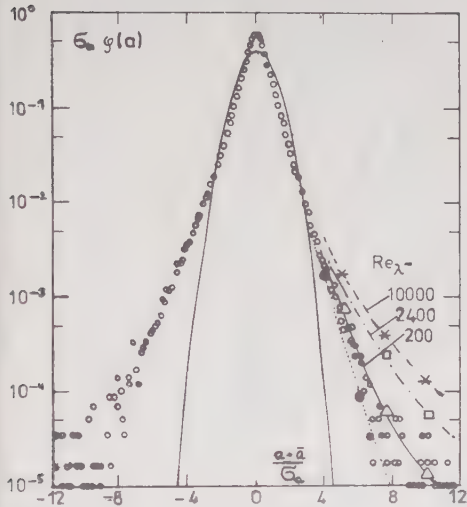


Abb. 6.1

Häufigkeitsverteilung
von $a = \partial u / \partial t$

- VAN ATTA u. CHEN(1970)
- * □ Δ WYNGAARD u. PAO(1972) für verschiedene Re_λ
- WYNGAARD u. TENNEKES(1970) für $Re_\lambda = 200$

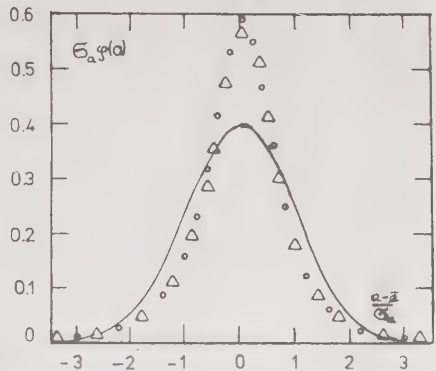


Abb. 6.2

Häufigkeitsverteilung
von $a = \partial u / \partial t$

- Δ PAQUIN u. POND(1971) für Meßhöhen 31 m u. 3 m

In integraler Darstellung (siehe 314.) führen diese Abweichungen zu einer charakteristischen S-Kurve, so bei GIBSON et al. (1970b) (siehe Abb. 6.4), KHOLMYANSKIY(1970) und KUO u. CORRISIN (1971) für $\partial u / \partial t$ sowie bei GURVICH(1966) für $\partial w / \partial t$.

Neben Verteilungen von Gradienten werden auch Verteilungen von Geschwindigkeitsdifferenzen angegeben. Die Abweichungen sind von der selben Art wie bei den Gradienten (so bei DUTTON u. DEAVEN(1969) für Δu , Δv und Δw , bei Flugzeugdaten von DUTTON u. DEAVEN(1972) mit $\Delta r = 1.87$ m ... 1000 m und bei Flugzeugdaten von FICHTL(1972)).

Der Trend zur Zunahme der Abweichungen mit wachsendem Re_λ ist auch hier deutlich beim Vergleich von Verteilungen von Δu für kleine Δr (=große Re_λ) und große Δr (=kleine Re_λ) zu sehen. Für sehr große Δr nähern sich die Verteilungen der Normalverteilung an.

Als Beispiel dafür sind Werte von VAN ATTA u. PARK (1972) (Abb. 6.3) dargestellt, die in logarithmischer und linearer Darstellung der Ordinate einmal die Abweichungen an den Flanken, zum andern die Abweichungen um den Mittelwert zeigen.

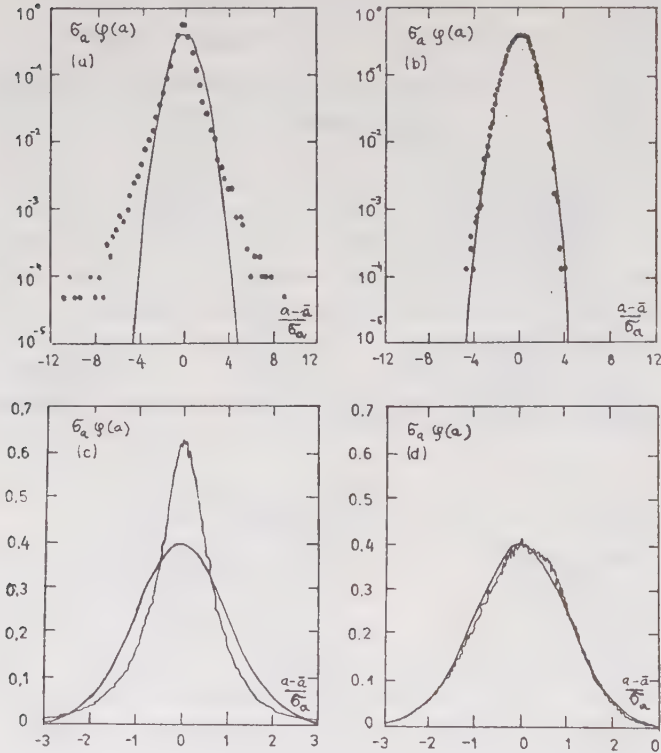


Abb. 6.3 Häufigkeitsverteilungen von $a = \Delta u$
 (a), (c) $\Delta r = 1.38 \text{ cm}$ / (b), (d) $\Delta r = 28.3 \text{ m}$
 nach VAN ATTA u. PARK (1972)

Die zahlreichen Versuche, die physikalische Wirklichkeit durch andere als Normalverteilungen anzunähern (GRAM-CHARLIER-Verteilungen, das sind Überlagerungen von HERMITE-Polynomen, bei FRENKIEL u. KLEBANOFF (1967, 1973) und DUTTON et al. (1959), Zu-

sammensetzung aus zufällig verteilten "Paketen" normalverteilter Größen bei DUTTON et al. (1959), PEARSON-Verteilungen bei FICHTL (1972)) führen zwar bei geeignetem "Fitting" zum Erfolg, die Begründung aus der Physik des Vorgangs oder die Ableitung aus den Grundgleichungen (z.B. NAVIER-STOKES-Gleichung) steht jedoch noch aus.

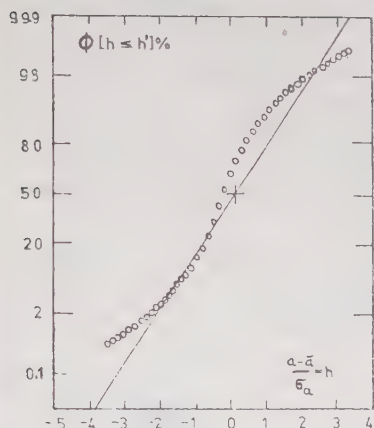


Abb. 6.4
Häufigkeitsverteilung von $a = \partial u / \partial t$
nach GIBSON et al. (1970b)

b) Eigene Ergebnisse

Für einen Meßrun (Run 9601) wurden erstmals die Verteilungen aller Gradienten des Geschwindigkeitsfeldes bestimmt. Die Abweichungen von der Normalverteilung sind in der Form ähnlich den bisher für die $\partial u / \partial t$ -Verteilung bekannten (vergl. Abb. 6.4 und 6.5).

Die Abweichungen für die Gradienten nach y und z sind jedoch deutlich größer als die Abweichungen für die Gradienten nach x, während sich eine Gruppierung der Verteilungen nach den Windkomponenten u, v, w nicht erkennen läßt.

Aus den unterschiedlichen Verteilungen folgt, daß man nicht ohne weiteres statistische Eigenschaften von $(\partial u / \partial t)^2$ oder $(\partial w / \partial t)^2$ auf ϵ übertragen kann.

Gemeinsame Ergebnisse der Messungen sind:

a) Abweichungen von der Normalverteilung:

Zu viele Werte mit kleinen Abweichungen vom Mittel und zu viele Werte mit sehr großen Abweichungen vom Mittel, beides Anzeichen für Intermittency.

b) Vergrößerung dieses Effekts mit wachsender Re_λ -Zahl.

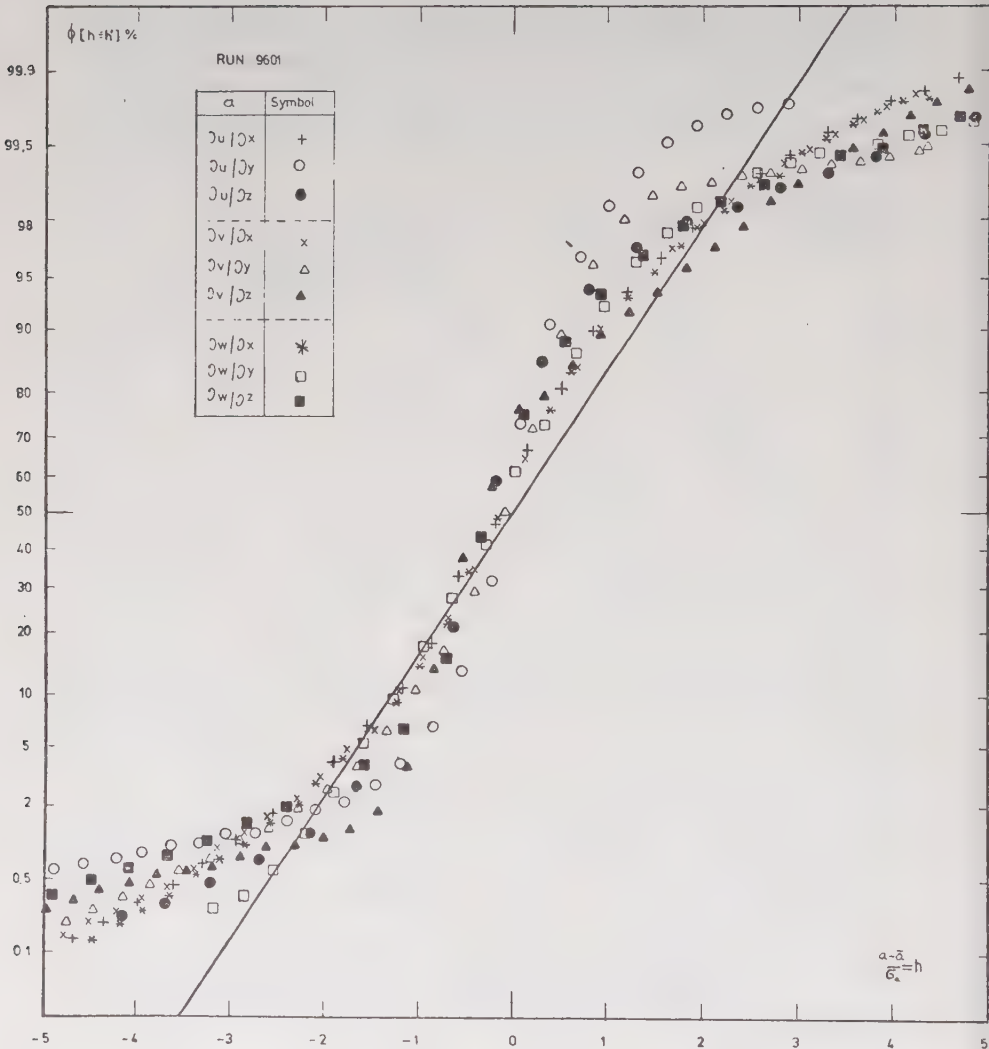


Abb. 6.5 Häufigkeitsverteilungen aller Windgradienten
(Run 9601)

6112. Momente

Da die Untersuchungen der Dissipation auf Messungen der Geschwindigkeitsgradienten bzw.-differenzen beruhen, sind es auch meist diese Größen, die auf ihre statistischen Eigenschaften hin untersucht werden. LNH und Modelle liefern auch für diese Größen eine Reihe von Aussagen (siehe Übersicht in 35.), deren Prüfung Gegenstand experimenteller Untersuchungen ist.

a) Ergebnisse anderer Autoren

Ergebnisse verschiedener Autoren zur Re_λ -Abhängigkeit von S_λ und K_λ sind in Abb. 6.6 und Abb. 6.7 dargestellt. (Erweiterung einer Zusammenstellung von WYNGAARD u. TENNEKES (1970)).

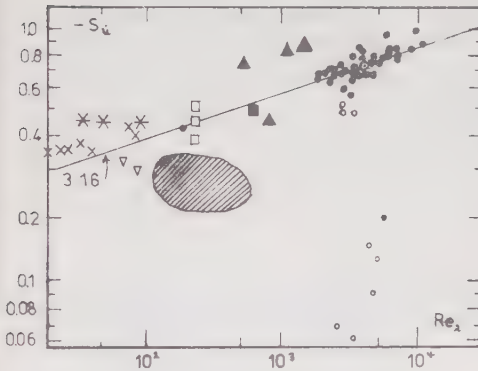


Abb.6.6

Skewness-Werte von $\partial u / \partial t$ in Abhängigkeit von Re_λ

Symbole siehe Abb.6.8

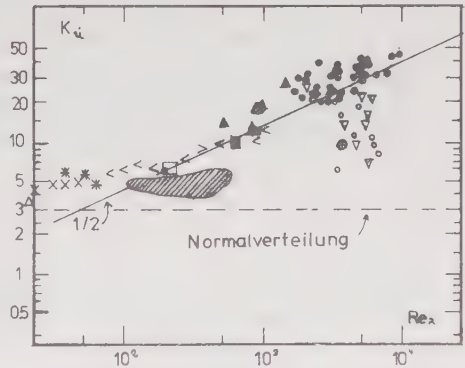


Abb.6.7

Kurtosis-Werte von $\partial u / \partial t$ in Abhängigkeit von Re_λ

Symbole siehe Abb.6.8

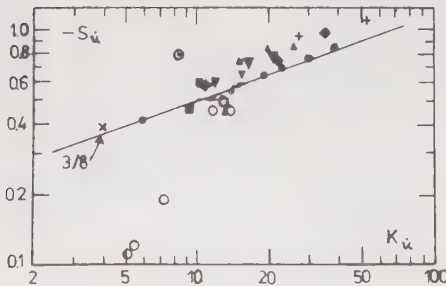
BATCHELOR u. TOWNSEND (1949) stellen keine Re_λ -Abhängigkeit fest, die Werte von WYNGAARD u. TENNEKES (1970) sprechen unter Einbeziehung des Labor-Werts mit $Re_\lambda = 200$ für eine Abhängigkeit $-S_\lambda = 0.15 Re_\lambda^{3/16}$ und $K_\lambda = 0.44 Re_\lambda^{1/2}$. KUO (1970) gibt $K_\lambda \sim Re_\lambda^{0.2}$ an, KUO u. CORRSIN (1971) $K_\lambda \sim Re_\lambda^{0.2}$ für $Re_\lambda < 200$ und $K_\lambda \sim Re_\lambda^{0.6}$ für $Re_\lambda > 200$.

Stark abweichendes Verhalten zeigen die S- und K-Werte aus Flugzeugmessungen von SHEIH et al. (1971). Die Autoren geben $-S_\lambda \sim Re_\lambda^{-0.4}$ und $K_\lambda \sim Re_\lambda^{0.2}$ an.

Der Vollständigkeit halber seien hier noch einige Ergebnisse von S- und K-Bestimmungen angegeben, bei denen die Angabe von Re_λ fehlt und die daher nicht in den obigen Abb. berücksichtigt sind:

BETCHOV (1956)	$S_\lambda = -0.4 \pm 0.1$, $K_\lambda = 4 \pm 0.5$
POND u. STEWART (1965)	$K_\lambda = 17$
STEWART (1969) und STEWART et al. (1970)	$K_\lambda = 20$ (implied Kurtosis $K_{\lambda i} = 100$, s. (3.34)) $K_\lambda = 13.6$ ($K_{\lambda i} = 186$)
SHEIH et al. (1971)	$S_\lambda = -0.027 \dots \pm 0.510$, $K_\lambda = 4.43 \dots 13.49$
CHEN (1971)	$K_\lambda = 8.368$ ($K_{\lambda i} = 388.9$, nach Mittelung über 8.4 cm $K_{\lambda i} = 4.616$) $K_\lambda = 8.506$ ($K_{\lambda i} = 403.8$, nach Mittelung über 7.6 cm $K_{\lambda i} = 5.398$)
FRIEHE et al. (1972)	$S_{\lambda i} = 2.7$, $K_{\lambda i} = 16.5$

Der Vergleich gemessener K_λ -Werte mit den aus $\overline{\epsilon}^2$ berechneten $K_{\lambda i}$ zeigt, daß die letzteren um eine Größenordnung höher liegen. Die großen Unterschiede können einmal in den unterschiedlichen statistischen Eigenschaften von ϵ und $(\partial u / \partial t)^2$, zum anderen in Abweichungen von der LNII begründet sein.



- + KHOLMYANSKIY (1972)
- FRIEHE et al. (1972)
- ◆ GIBSON u. MASIELLO (1972)
- ▨ ANTONIA (1973)

Abb. 6.8

Skewness-Werte von $\partial u / \partial t$ in Abhängigkeit von den Kurtosis-Werten von $\partial u / \partial t$

- eigene Werte
- × BATCHELOR u. TOWNSEND (1949) u. TOWNSEND (1947)
- ▽ POND u. STEWART (1965)
- WYNGAARD (1967) nach SHEIH et al. (1971)
- ▲ GIBSON et al. (1970a, b)
- △ KUO (1970) nach SHEIH et al. (1971)
- ▼ STEWART et al. (1970)
- > WYGNANSKI u. FIEDLER (1970)
- WYNGAARD u. TENNEKES (1970)
- < KUO u. CORRSIN (1971)
- SHEIH et al. (1971)
- * FRENKIEL u. KLEBANOFF (1971)

Eine Anzahl von Ergebnissen werden auch für Momente von Geschwindigkeitsdifferenzen angegeben, wobei die Bezeichnungsweise in Anlehnung an den vorwiegenden Gebrauch in der Literatur (z.B. bei FRENKIEL u. KLEBANOFF) erfolgt:

Ordnung	mit $(\sigma_u^2)^{p/2}$ normierte Strukturfunktion p. Ordnung	mit $(D_u^2)^{p/2}$ normierte Strukturfunktion p. Ordnung
p=3	Skewness $S_{\Delta u}$	Skewnessfaktor $M_u^{(3)}$
4	Kurtosis (Flatness) $K_{\Delta u}$	Flatnessfaktor $M_u^{(4)}$
5	Superskewness	Superskewnessfaktor $M_u^{(5)}$
6	Superflatness	Superflatnessfaktor $M_u^{(6)}$
7	Hyperskewness	Hyperskewnessfaktor $M_u^{(7)}$

FRENKIEL u. KLEBANOFF (1965, 1967, 1973) geben die Größen $M_u^{(3)}$, $M_u^{(5)}$ und $M_u^{(9)}$ sowie Beziehungen zwischen diesen Größen an (Labormessungen hinter Gittern verschiedener Maschenweite). Sie erhalten

$$M_u^{(5)} / M_u^{(3)} = 10 \quad \text{und} \quad M_u^{(7)} = 21 M_u^{(5)} - 105 M_u^{(3)} \quad (6.1)$$

$$(6.2)$$

Ihre Ergebnisse für $M_u^{(3)}$ und $M_u^{(4)}$ (Abb. 6.9) sollen zusammen mit Ergebnissen von STEWART (1951) stellvertretend für die übrigen Messungen stehen.

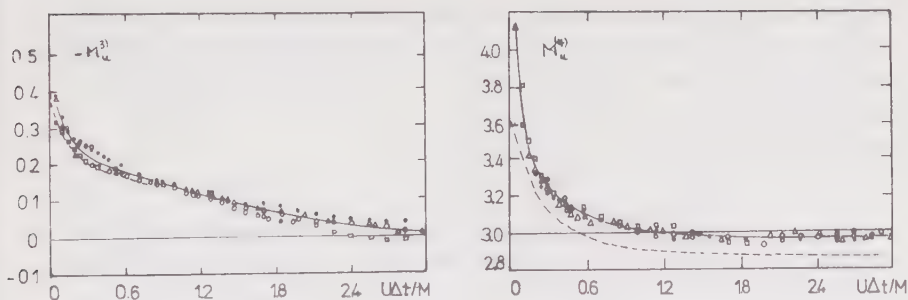


Abb. 6.9 Skewness- und Flatnessfaktor in Abhängigkeit von der Maschenweite M (links große Re_A) nach FRENKIEL u. KLEBANOFF (1965, 1967, 1973)

----- STEWART (1951)

○△○● FRENKIEL u. KLEBANOFF (1965, 1967, 1973)

Die Ergebnisse von STEWART et al.(1970), VAN ATTA u. CHEN(1970) und FICHTL(1972) entsprechen diesem Verlauf. Die Ergebnisse von FICHTL sind dabei nach der Schichtung aufgegliedert, lassen aber nur für S eine klare Abhängigkeit von dieser Größe erkennen: Bei labiler Schichtung $S_{\Delta u} = \text{const.}$, bei stabiler Schichtung ansteigende Werte für große Re_{λ} .

GIBSON u. WILLIAMS(1969) und GIBSON et al.(1970b) geben für Δu ($\Delta r = 1 \text{ cm}$) $K_{\Delta u} = 19.6 \dots 23.4$ und $S_{\Delta u} = -0.52 \dots -0.89$ (ohne Re_{λ} -Abhängigkeit) an.

Ein abweichendes Bild zeigen nur PAQUIN u. POND(1973), dort ist keine klare Abhängigkeit der S- und K-Werte von Δr zu erkennen.

Die Grenzwerte der $M_{\Delta u}^{(p)}$ für $r \rightarrow \eta$ sind nach der obigen Definition die p. Momente von $\partial u / \partial t$, während die Grenzwerte für $r \rightarrow \infty$ in die bei einer Normalverteilung zu erwartenden Werte ($M_{\Delta u}^{(3)} = 0$, $M_{\Delta u}^{(4)} = 3$) übergehen. Aus den Angaben über Momente von Δu wurden die folgenden Momente für $\partial u / \partial t$ abgeschätzt (Grenzwerte für $r \rightarrow \eta$):

FRENKIEL u. KLEBANOFF (1965, 1967, 1973)	$S_{\Delta u} = -0.5$
STEWART et al.(1970)	$S_{\Delta u} = -0.6$ $K_{\Delta u} = 10$ direkt gemessen: $S_{\Delta u} = -0.56 \dots -0.76$ und $K_{\Delta u} = 12.3 \dots 20.9$)
VAN ATTA u. CHEN(1970)	$S_{\Delta u} = -0.6$ $K_{\Delta u} = 20$
FICHTL(1972)	$S_{\Delta u} = -0.9$ $K_{\Delta u} = 4.9$ (für labile Schichtung: $S_{\Delta u} = \text{const.} = -0.08$)

b) Eigene Ergebnisse

Die Momente von Geschwindigkeitsgradienten wurden für einen Meßrun (Run 9601) berechnet. Für die übrigen Runs liegen Werte des Logarithmus der Quadrate dieser Größen vor, was ebenfalls einen Vergleich mit den Ergebnissen anderer Autoren und den Voraussagen der Theorie ermöglicht.

a	$\partial u / \partial x$		$\partial v / \partial x$	$\partial w / \partial x$	$\partial u / \partial y$	$\partial v / \partial y$	$\partial w / \partial y$	$\partial u / \partial z$	$\partial v / \partial z$	$\partial w / \partial z$
S_a	-0.73	$S_{\Delta u} = -1.8$	-0.10	-0.77	-9.80	-1.92	-1.28	-4.95	-0.22	-0.42
K_a	8.70	$K_{\Delta u} = 5.0$	7.53	15.51	379.4	50.90	38.25	162.1	16.89	41.91

Auffallend sind die sehr hohen S- und K-Werte der Gradienten in z- und y- Richtung. Auch hier zeigt sich wieder, daß man nicht von gleichverteilten Gradienten ausgehen kann.

Ein direkter Vergleich mit den Ergebnissen anderer Autoren, die $(\partial u / \partial t)$ aus der analogen Differentiation des u-Signals gewonnen haben, ist wegen der spektralen Beschneidung (s.422.) nur näherungsweise möglich.

Aus den Momenten von $u_i \in$ wurden nach (3.33) und (3.34) die $S_{u,i}$ und $K_{u,i}$ bestimmt. Sie sind in 68. angegeben und erreichen im Gegensatz zu anderen Autoren nur bei 2 Runs (9501, 9502) außerordentlich hohe Werte. Diese beiden Runs zeichnen sich auch durch sehr hohe Re_λ - Zahlen aus.

Die in Abb. 6.6 - 6.8 dargestellten Ergebnisse zeigen:

- a) Die Beziehungen $-S_u \sim Re_\lambda^{3/46}$ und $K_u \sim Re_\lambda^{1/2}$ (Vortex-Filament-Modell von TENNEKES (1973) sind eine gute Näherung für die bis jetzt vorliegenden Messungen.
- b) Für kleine Re_λ nähern sich die K_u -Werte dem Wert 3 an, der einer Normalverteilung entspricht. Zu völlig anderen Ergebnissen kommen nur SHEIH et al. (1971) und POND u. STEWART (1965). Die Re_λ -Abhängigkeit der Momente wird durch die Messungen klar bestätigt. Eine eindeutige Entscheidung für eines der Modelle ist anhand der Messungen jedoch noch nicht möglich.
- c) Gut erfüllt ist auch die von den Größen μ und Re_λ unabhängige Beziehung $-S_u \sim K_u^{3/8}$.

Aus den 3 Darstellungen wurden auch die Proportionalitätsfaktoren für die 3 Beziehungen bestimmt:

$$-S_u = 0.16 Re_\lambda^{3/46} \quad K_u = 0.46 Re_\lambda^{1/2} \quad -S_u = 0.21 K_u^{3/8}$$

- d) Die Ergebnisse für die Momente der Geschwindigkeitsdifferenzen liegen im Rahmen der Ergebnisse für die Gradienten.

612. Quadrate von Geschwindigkeitsgradienten und -differenzen

6121. Verteilungen

a) Ergebnisse anderer Autoren

Die Verteilungen von $(\partial u / \partial t)^2$, $(\partial w / \partial t)^2$, $(\Delta u)^2$ zeigen bei allen Autoren charakteristische Abweichungen von der Lognormalverteilung. Einmal wird bei kleinen Werten ein Überschuß beobachtet und, sofern die Messungen von genügender Dauer waren, ein Überschuß an sehr großen Werten. Dies verdeutlichen die Ergebnisse für $\dot{u}^2$ von VAN ATTA u. CHEN (1970), KHOLMYANSKIY (1970), WYNGAARD u. TENNEKES (1970), GIBSON et al. (1970b), SHEIH et al. (1971) (auch für $\dot{w}^2$), KUO u. CORRSIN (1971), CHEN (1971), PAQUIN u. POND (1971), GIBSON u. MASIELLO (1972) (auch für $\dot{w}^2$) und ANTONIA (1973) sowie für $\dot{w}^2$ von GURVICH (1966).

Stellvertretend sollen hier die Werte von GIBSON u. MASIELLO (1972) und PAQUIN u. POND (1971) stehen (Abb. 6.10):

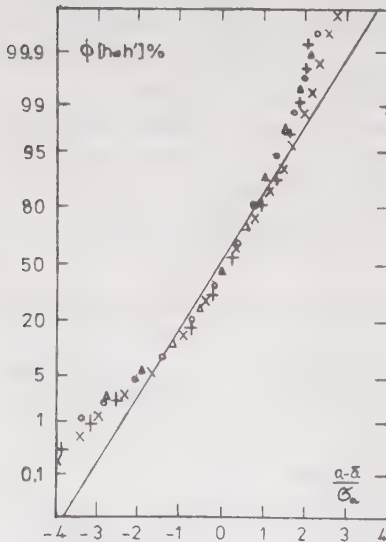


Abb. 6.10

Häufigkeitsverteilung
von $a = \ln(\partial u / \partial t)^2$ und $\ln(\partial w / \partial t)^2$

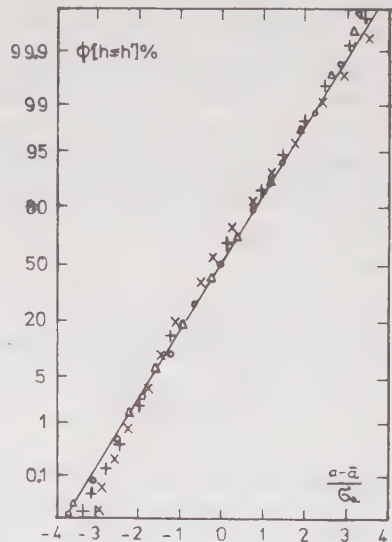


Abb. 6.11

Häufigkeitsverteilung
nach Mittelung von $a = \ln(\partial u / \partial t)^2$
und $\ln(\partial w / \partial t)^2$

× GIBSON u. MASI- $(\partial u / \partial t)^2$
+ ELLO (1972) $(\partial w / \partial t)^2$

○ PAQUIN u. } $(\partial u / \partial t)^2$ 31 m Höhe
△ u. POND (1971) } 3 m Höhe

Von CHEN(1971) wird der Einfluß des Mittelungsvolumens auf die Verteilung von $\hat{u}^2$ untersucht. Eine zeitliche Mittelung von $\hat{u}$, die einer räumlichen Mittelung über $r=8.4\text{cm}$ bzw. $r=7.6\text{cm}$ entspricht, läßt die ursprünglich vorhandenen Abweichungen von der Lognormalverteilung verschwinden, ebenso bei PAQUIN u. POND(1971). GIBSON u. MASIELLO(1972) untersuchen diesen Effekt an eigenen Daten (Messungen über Land und Messungen über See mit Mittelung über 5cm) und an den Daten von CHEN(1971) (Mittelung über 8.4cm).

Auch die Werte von ANTONIA(1973) zeigen nach Mittelung über $r \approx 2$ ($2-3\text{ cm}$) nahezu lognormales Verhalten.

Die Verteilungen von $(\Delta u)^2$ zeigen im wesentlichen dasselbe Verhalten (GIBSON u. WILLIAMS(1969) und GIBSON et al.(1970b)), lediglich RAYMENT(1973) gibt Verteilungen an, die nahezu vollständig der Lognormalverteilung entsprechen.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß erst bei Mittelung über $r \gg \eta$ (etwa $r \approx 2$) die Daten eine gute Annäherung an die Lognormalverteilung zeigen.

In Abb.6.11 wird die Wirkung der Mittelung auf die ungemittelten Daten von Abb.6.10 gezeigt.

Verschiedentlich wurden die Abweichungen vom lognormalen Verhalten mit Computersimulationen untersucht. Weder die Abschätzung des Einflusses des Rauschens (WYNGAARD u. TENNEKES (1970), STEWART et al.(1970)) noch die Untersuchung der Filtereinflüsse durch GIBSON u. MASIELLO (1972) konnten jedoch die Abweichungen, insb. den Überschuß an zu kleinen Werten, vollständig erklären. Ein Teil des Überschusses rührt sicher auch daher, daß die Gradienten, aus denen $(\partial u / \partial x)^2$ berechnet wurde, häufig den Wert 0 annehmen, was bei der Dissipation wegen des Zusammenspiels aller Gradienten, die kaum alle zur selben Zeit 0 sind, nur sehr selten vorkommt. Das Vorhandensein von Werten der Größe 0 steht aber im Widerspruch zu einer Lognormalverteilung. Dieser Effekt wird bei Mittelung nahezu ausgeschaltet, was die Angleichung der Verteilungen an Lognormalverteilungen durch Mittelung erklären würde.

Zu den Fehlereinflüssen sei hier auch auf 67. verwiesen.

b) Eigene Ergebnisse

Aus den Zeitreihen von ϵ nach (5.16) und (5.17), die $(\partial u / \partial t)^2$ und $(\partial w / \partial t)^2$ entsprechen, sowie nach (5.15) wurden Verteilungen durch Aufteilung des Wertebereichs $-10 \bar{\epsilon}_a \leq \epsilon \leq 10 \bar{\epsilon}_a$ in etwa $5 \log N$ Klassen bestimmt. (N =Anzahl der Messungen ≈ 130000). Um den Einfluß der Mittelung zu untersuchen, wurden bei einigen Runs die Gradienten über 2, 4, 8, 16, 32, 64 und 128 cm gemittelt, und die Verteilung auch für die so gewonnenen Zeitreihen nach dem obigen Verfahren bestimmt. Die Ergebnisse für $(\partial u / \partial t)^2$ und $(\partial w / \partial t)^2$ stimmen mit den Ergebnissen anderer Autoren gut überein (vergl. Abb. 6.12 mit Abb. 6.10), ebenso der Einfluß der Mittelung auf diese Verteilungen (vergl. Abb. 6.13 mit Abb. 6.11).

Zwischen den Verteilungen von $(\partial u / \partial t)^2$ und $(\partial w / \partial t)^2$ konnten keine systematischen Unterschiede festgestellt werden, was ebenfalls in Übereinstimmung mit den bisher bekannten Ergebnissen ist. Auch eine Abhängigkeit der Abweichung von Stabilität, mittlerer Windgeschwindigkeit und anderen skaligen Parametern wurde nicht festgestellt.

Im Gegensatz dazu erhält man für die Zeitreihen von ϵ nach (5.15) gute Übereinstimmung mit den Voraussagen der LNH bereits für die noch ungemittelten Werte.

Am Beispiel von Run 9601 zeigt Abb. 6.15 nochmals die charakteristischen Unterschiede zwischen den Verteilungen von ϵ einerseits sowie $(\partial u / \partial t)^2$ und $(\partial w / \partial t)^2$ andererseits.

Man sieht, daß die hier gewählte Methode zur Bestimmung von ϵ , die auch Ereignisse von Dissipation erfaßt, die von $(\partial u / \partial t)^2$ oder $(\partial w / \partial t)^2$ nicht erfaßt werden, die Verteilung an den Stellen auffüllt, an denen sonst ein Defizit herrscht (Werte mit mittleren Abweichungen vom Mittel) und so das Übergewicht zu kleiner und zu großer Werte vermindert.

Mit dem neuen Meßverfahren konnte so nachgewiesen werden, daß die bisher festgestellten Abweichungen von den Voraussagen der LNH auf der Verwendung von Näherungen wie $(\partial u / \partial t)^2$ und $(\partial w / \partial t)^2$ anstelle der nach (2.23) definierten Werte von ϵ beruhen. Die Brauchbarkeit der LNH konnte durch die Messungen voll bestätigt werden.

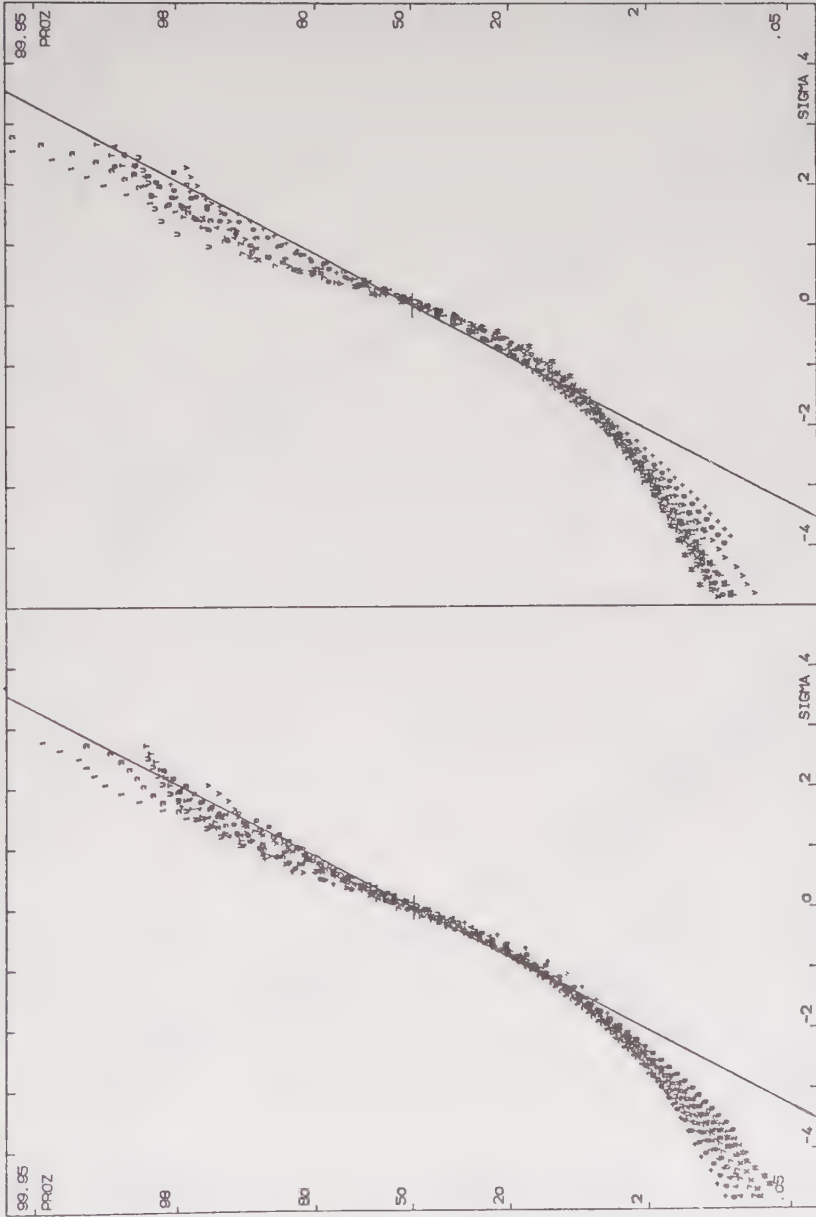


Abb. 6.12 Häufigkeitsverteilung von $\ln (\partial u / \partial t)^2$ (links) und $\ln (\partial w / \partial t)^2$ (rechts)
Symbole siehe Tabelle der Meßruns in 53.

Für Abb. 6.12 - 6.15 gilt: Ordinate $\phi [h \pm h'] \%$ / Abszisse $(a - \bar{a}) / \sigma_a = h$

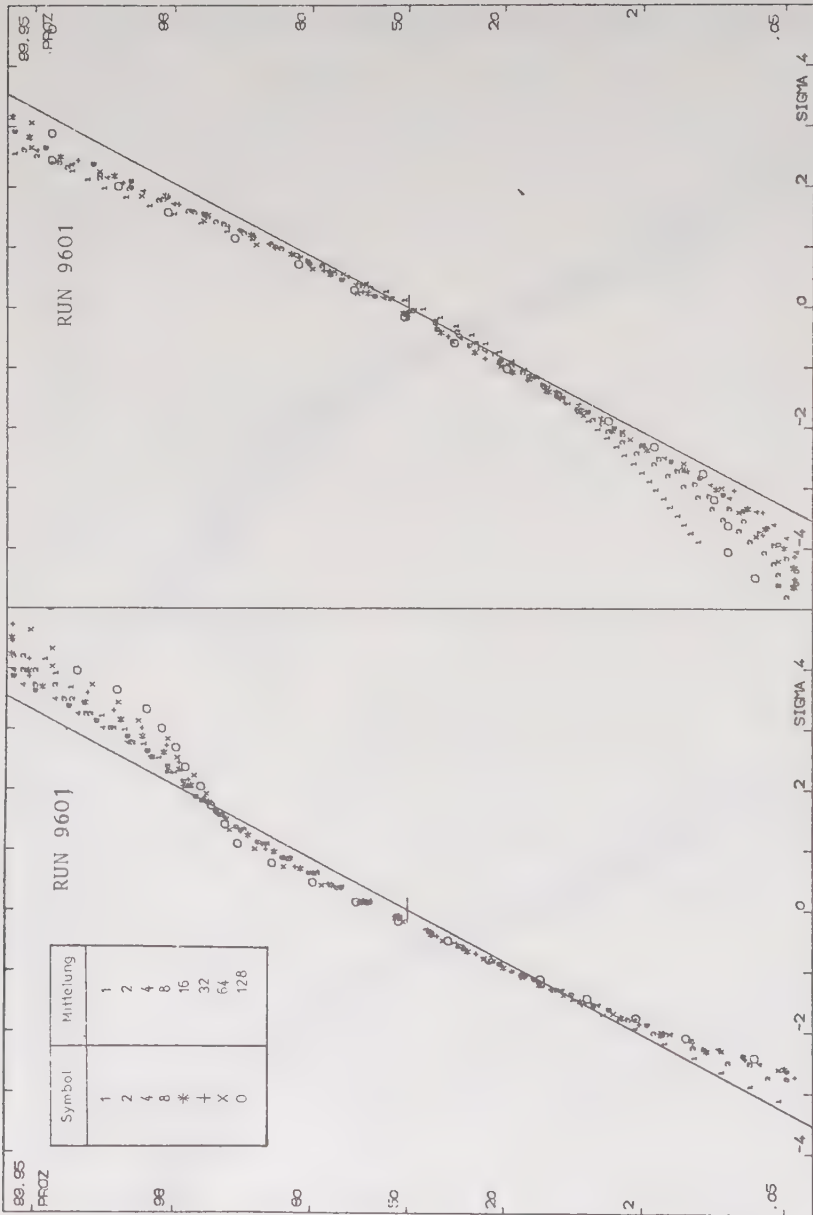


Abb. 6.13 Häufigkeitsverteilung von $\ln \epsilon$ (links) und $\ln (\partial u / \partial t)^2$ (rechts) für verschiedene Mittelungsbereiche (Angaben in cm)

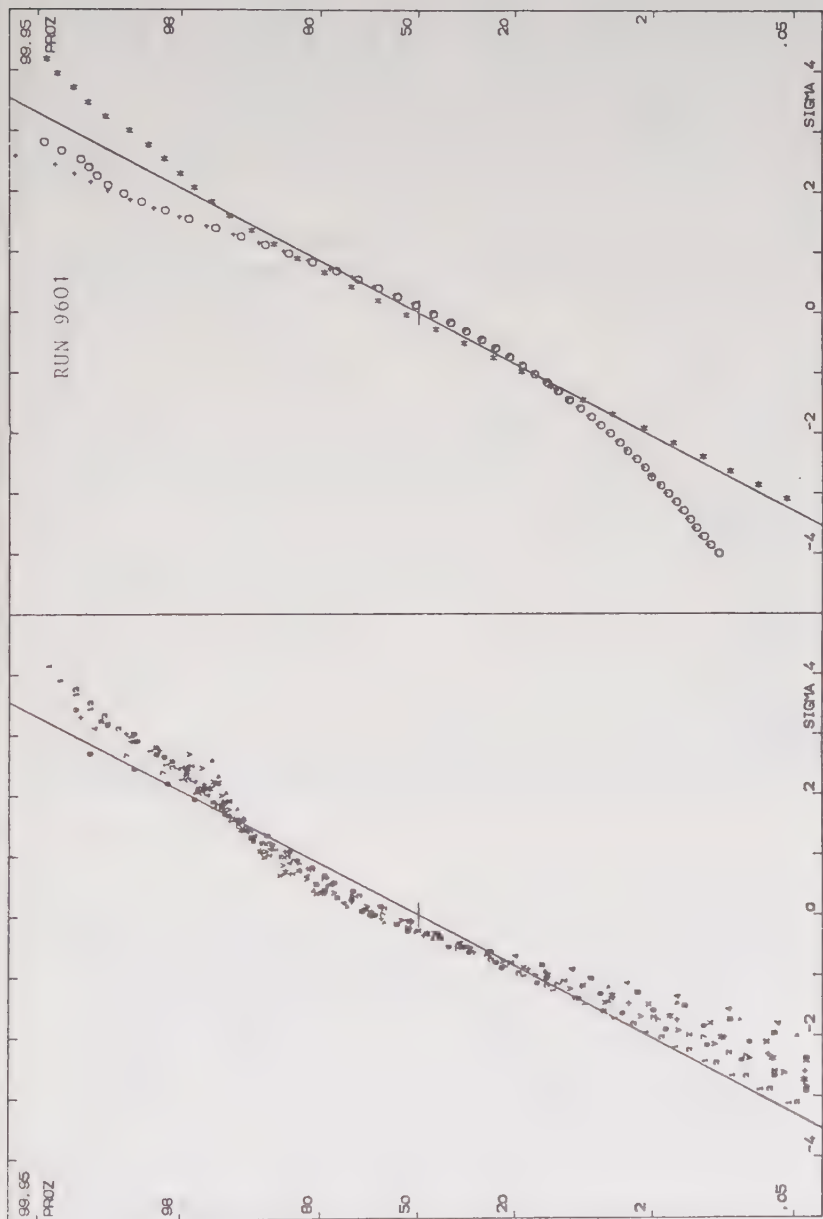


Abb. 6.14 Häufigkeitsverteilung von
in € nach (5.15)
Symbole siehe Tabelle der Meß-
runs in 53.

Abb. 6.15 Häufigkeitsverteilung von
in € nach (5.15) *
in $(\partial u / \partial t)^2$ nach (5.16) +
in $(\partial u / \partial t)^2$ nach (5.17) o

6122. Momente der Größe

a) Ergebnisse anderer Autoren

Momente quadrierter Größen werden in der Literatur nur vereinzelt angegeben, zu den Momenten von $\ln \epsilon$ siehe 6123.

GURVICH (1966) erhält $K_{(4w)^2} = 18...25$ (berechnet aus $6\epsilon^2$)

WYNGAARD u. TENNEKES (1970) $S_{\dot{u}^2} = 0.03 \pm 0.03$ und $K_{\dot{u}^2} = 10.3 \pm 0.8$

GIBSON et al. (1970a) geben mit $S_{\dot{u}^2} = 15...95$ und $K_{\dot{u}^2} = 430...$ 14000 außerordentlich hohe Werte an, während die Werte der Momente von Gradienten im üblichen Rahmen liegen.

GIBSON u. MASIELLO (1972) geben für Labormessungen $S_{\dot{u}^2} = -0.6$

und $K_{\dot{u}^2} = 10.6$ an, für Messungen in der freien Atmosphäre

$K_{\dot{u}^2} = 141.1$ sowie bei Untersuchungen über den Einfluß von Filtern

$S_{\dot{u}^2} = -0.02...-0.49$.

b) Eigene Ergebnisse

Aus den eigenen Messungen wurden die Momente von $\ln \epsilon$ in Abhängigkeit vom Mittelungsradius (und damit von Re_λ) für einige Meßruns bestimmt. Für die übrigen Runs wurden die Momente der ungemittelten Größen bestimmt.

Die Ergebnisse sind zusammen mit Ergebnissen der spektralen Untersuchungen in 68.b) angegeben; Näheres zu den Ergebnissen siehe 6123.

6123. Momente des Logarithmus der Größe

Bestimmungen der Momente des Logarithmus von ϵ in Abhängigkeit von L/r sind eine Möglichkeit zur direkten Bestimmung der Parameter μ_p der LNH nach (3.23), (3.81) und (3.82).

a) Ergebnisse anderer Autoren

KHOLMYANSKIY (1970) gibt die 2.-4. Momente von $\ln (\partial u / \partial t)^2$ in Abhängigkeit vom Mittelungsvolumen und damit von L/r an. Er erhält aus den 2. Momenten $\mu_2 = 0.28, 0.34$ und 0.42 ($\bar{\mu} = 0.35 \pm 0.07$). Für μ_3 erhält er 1.05 ± 0.21 und für μ_4 2.1 ± 0.42 .

CHEN (1971) erhält $6\epsilon^2 = 6$, nach Mittelung über 8.4 bzw. 7.6 cm,

$6\epsilon^2 = 1.6$ sowie $S_{\ln \epsilon} = 0.166$ und -0.024 und $K_{\ln \epsilon} = 2.952$ und 2.768 .

KHOLMYANSKIY (1972) erhält aus den 2.-6. Momenten von $[\partial(\ln u)/\partial t]^2 = (\partial u / \partial t)^2 / u^2$ die Werte $\mu_2 = 0.23$, $\mu_3 = 0.61$, $\mu_4 = 1.05$, $\mu_5 = 1.50$ und $\mu_6 = 1.94$, für die auch von anderen Autoren gemessene Größe $(\partial u / \partial t)^2 / \bar{u}^2$ entsprechend $\mu_2 = 0.32$, $\mu_3 = 0.95$, $\mu_4 = 1.65$, $\mu_5 = 2.34$ und $\mu_6 = 3.02$.

Die Momente 3.-6. Ordnung sind kleiner als sie bei Lognormalverteilung wären.

Untersuchungen von $G_{\ln \epsilon_r}^2$ in Abhängigkeit von L/r wurden von GIBSON u. MASIELLO (1972) durchgeführt. Ihre Ergebnisse sind zusammen mit eigenen Werten in Abb. 6.16 dargestellt. GIBSON u. MASIELLO geben als Ergebnis $\bar{\mu} = 0.47 \pm 0.03$ und $A = -0.84 \pm 0.2$ an. Für $r \rightarrow \eta$ scheinen die Werte von GIBSON u. MASIELLO sich dem Wert 4 anzunähern, was $K_{\Delta, i} = 54.6$ entspricht. Ein linearer Zusammenhang wird über einen weiteren Bereich deutlich. Damit wird der LNH-Ansatz von (3.23) bestätigt.

VAN ATTA u. YEH (1973) erhalten mit diesem Verfahren den sehr kleinen Wert $\mu = 0.15$.

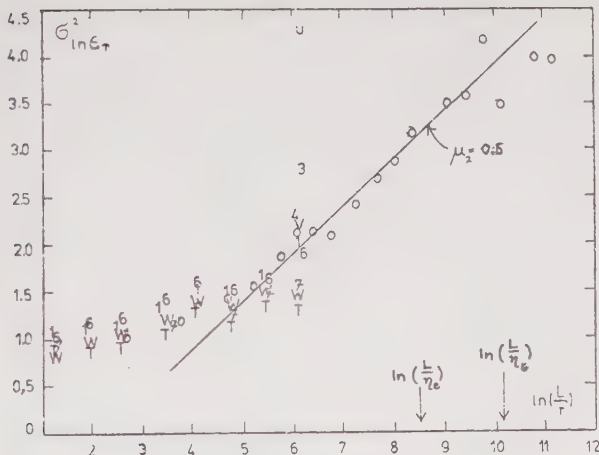


Abb. 6.16
 $G_{\ln \epsilon_r}^2 = A(x, t) + \mu \ln(\frac{L}{r})$

○ GIBSON u. MASIELLO (1972)

1... eigene Messungen, Symbole siehe Tabelle der Meßruns in 53.

η_e KOLMOGOROV-Micro-scale bei GIBSON u. MASIELLO

η_e KOLMOGOROV-Micro-scale bei den eigenen Messungen

b) Eigene Ergebnisse

Wegen der geringeren Meßhöhe (5m; GIBSON u. MASIELLO: 30m) erreichen die eigenen Meßwerte nur $\ln(L/r) \approx 6$ und überdecken damit nicht den vollen Bereich eines linearen Zusammenhangs. Die eingetragenen Werte (Abb. 6.16) deuten aber zumindest ein Verhalten ähnlich wie bei GIBSON u. MASIELLO an.

In Abb. 6.17 sind die eigenen Ergebnisse für $S_{\ln \epsilon_r}$ und $K_{\ln \epsilon_r}$ dargestellt. Die daraus für RUN 9201 und 9202 berechneten Werte $\mu_3 = 0.23$ und $\mu_4 = 3.4$ liegen im Rahmen der Werte von KHOLMYANSKIY und von NOVIKOV (1971), die dieser aus Daten von STEWART et al. (1970) berechnet hat ($\mu_3 = 0.93$ und $\mu_4 = 1.68$), sind wegen der hohen Streuung jedoch mit großer Unsicherheit behaftet.

Unter der Annahme $\mu = 0.47$ und den Werten von $\sigma^2 \ln \epsilon_r$ für $r=1\text{cm}$ ($\ln(L/r)=6.2$) wurde die Größe $A(x,t)$ aus den eigenen Messungen bestimmt. Der so bestimmte Wert $\bar{A}(x,t)=1.52$ hat dieselbe Größenordnung wie der von GIBSON u. MASIELLO bestimmte Wert. Die Ergebnisse sind ebenfalls in der Tabelle in 68. enthalten. Für die Abhängigkeit der Größe A von dem skaligen Parameter $\bar{\epsilon}$ erhält man die Beziehung

$$\bar{A}(x,t) = -0.2 \ln \bar{\epsilon} \quad (6.3)$$

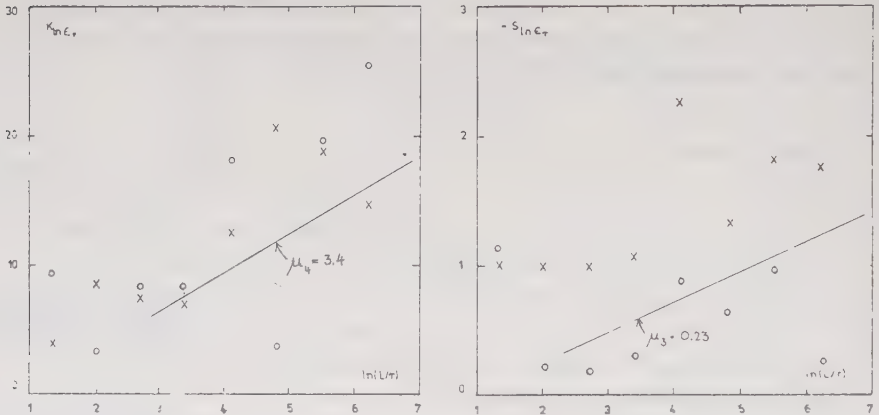


Abb.6.17 links: $K_{\ln \epsilon_r} \sim \mu_4 \ln(\frac{L}{r})$
rechts: $-S_{\ln \epsilon_r} \sim \mu_3 \ln(\frac{L}{r})$

Run 9201 $\circ$
Run 9202 $\times$

62. Intermittency =====

Um die Intermittency der Turbulenz zu veranschaulichen sind in den Abb. 6.18 - 6.20 Zeitreihen turbulenter Größen aufgetragen.

Diese Zeitreihen von eigenen Messungen (Run 9601) zeigen:

- die unvollständige Erfassung der Turbulenz durch $(\partial u / \partial x)^2$ bzw. $(\partial w / \partial x)^2$ (Marken ①),
- den Wechsel zwischen relativ ruhigen Perioden von etwa 25 Sekunden Dauer und kurzen Bursts von etwa 1 Sekunde Dauer (Marken ②),
- die enge Kopplung turbulenter Größen (wie z.B. $u'w'$) mit ϵ ,
- die Kopplung der Gradienten untereinander,
- das Wachsen der Intermittency mit wachsender Potenz der intermittierenden Größe (am Beispiel von $(\partial w / \partial x)^4$). Dieser natürlich triviale Effekt wird verwendet, um Bursts besser lokalisieren zu können.

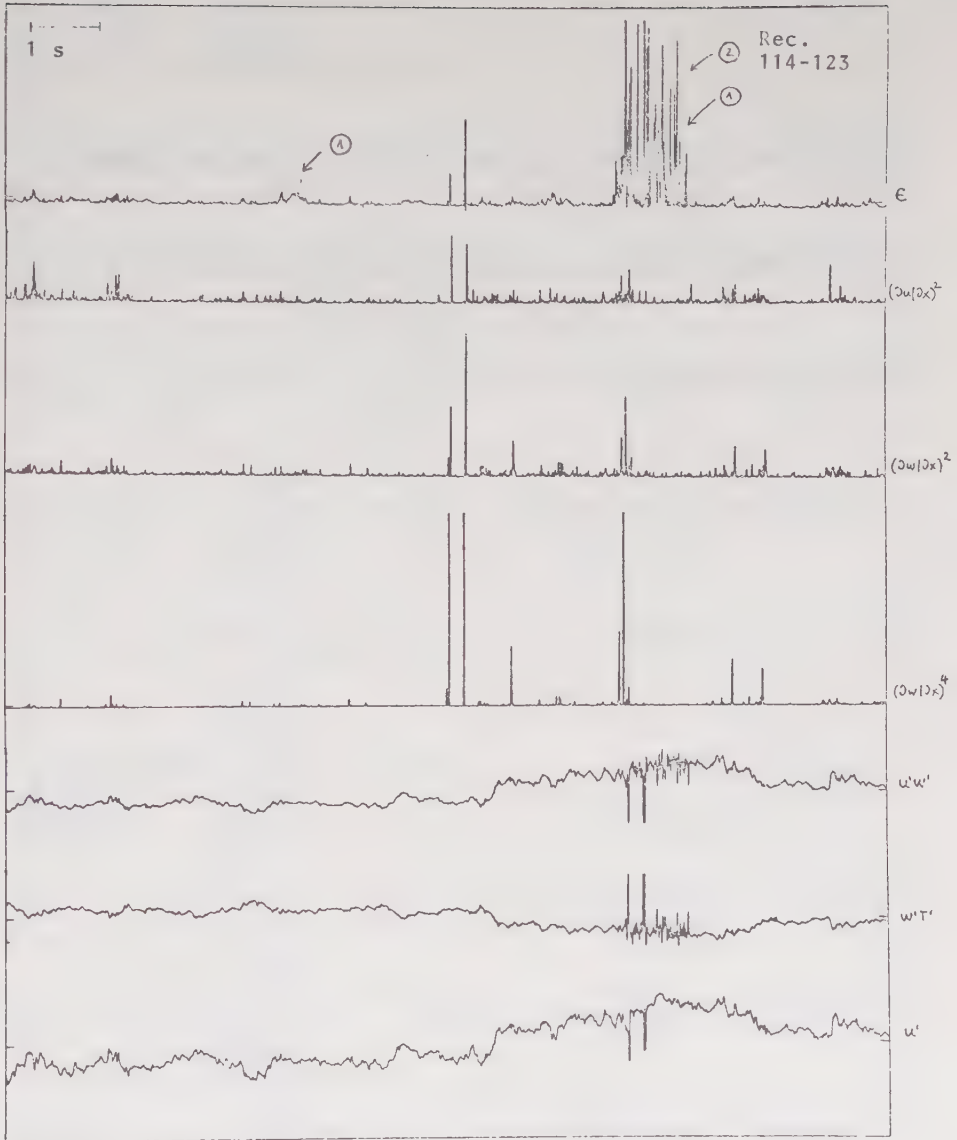


Abb. 6.18 Zeitreihen turbulenter Größen (Run 9601)

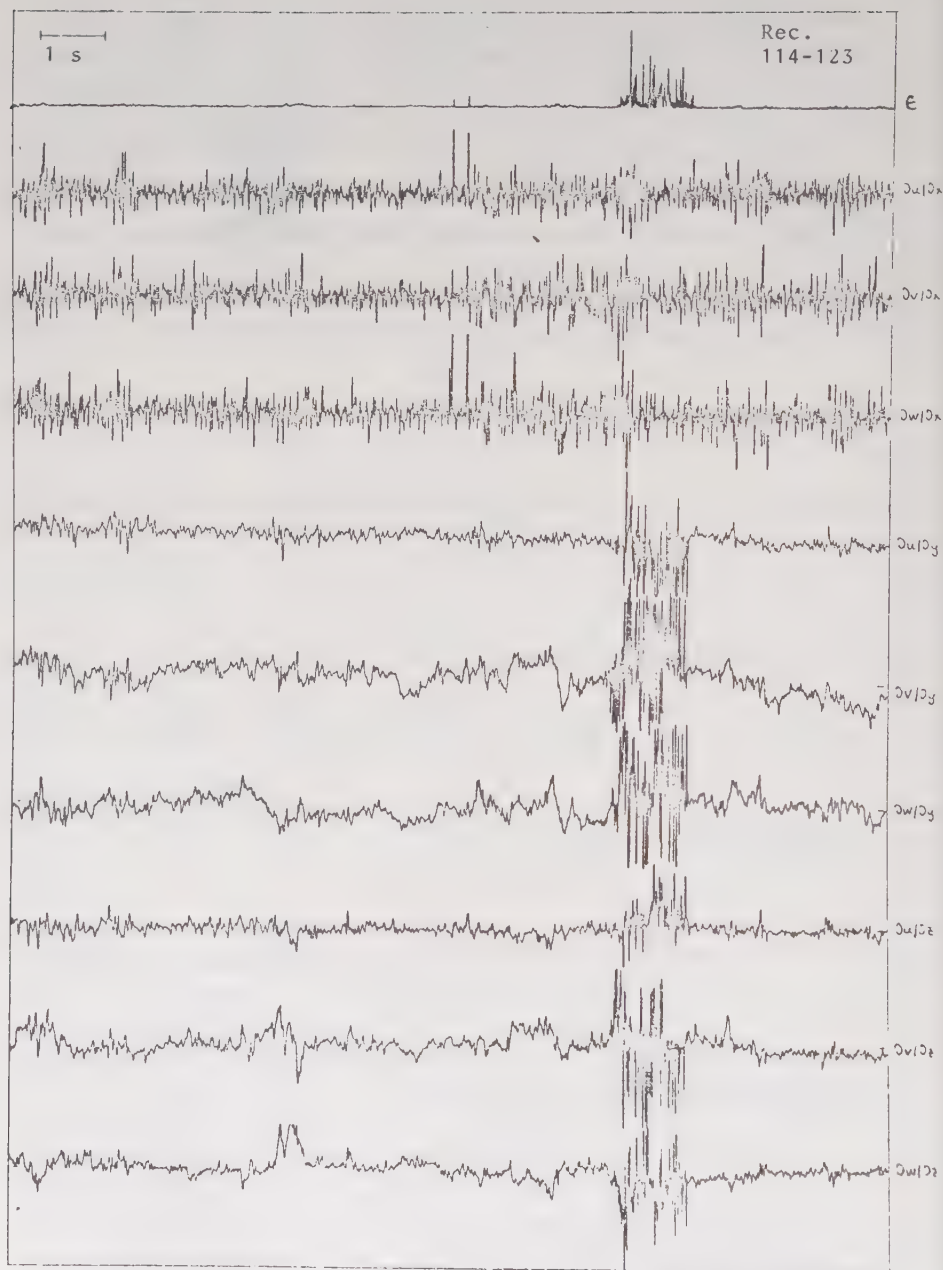


Abb. 6.19 Zeitreihen turbulenter Größen (Run 9601)
(Die Gradienten nach x sind noch nicht digital gefiltert)

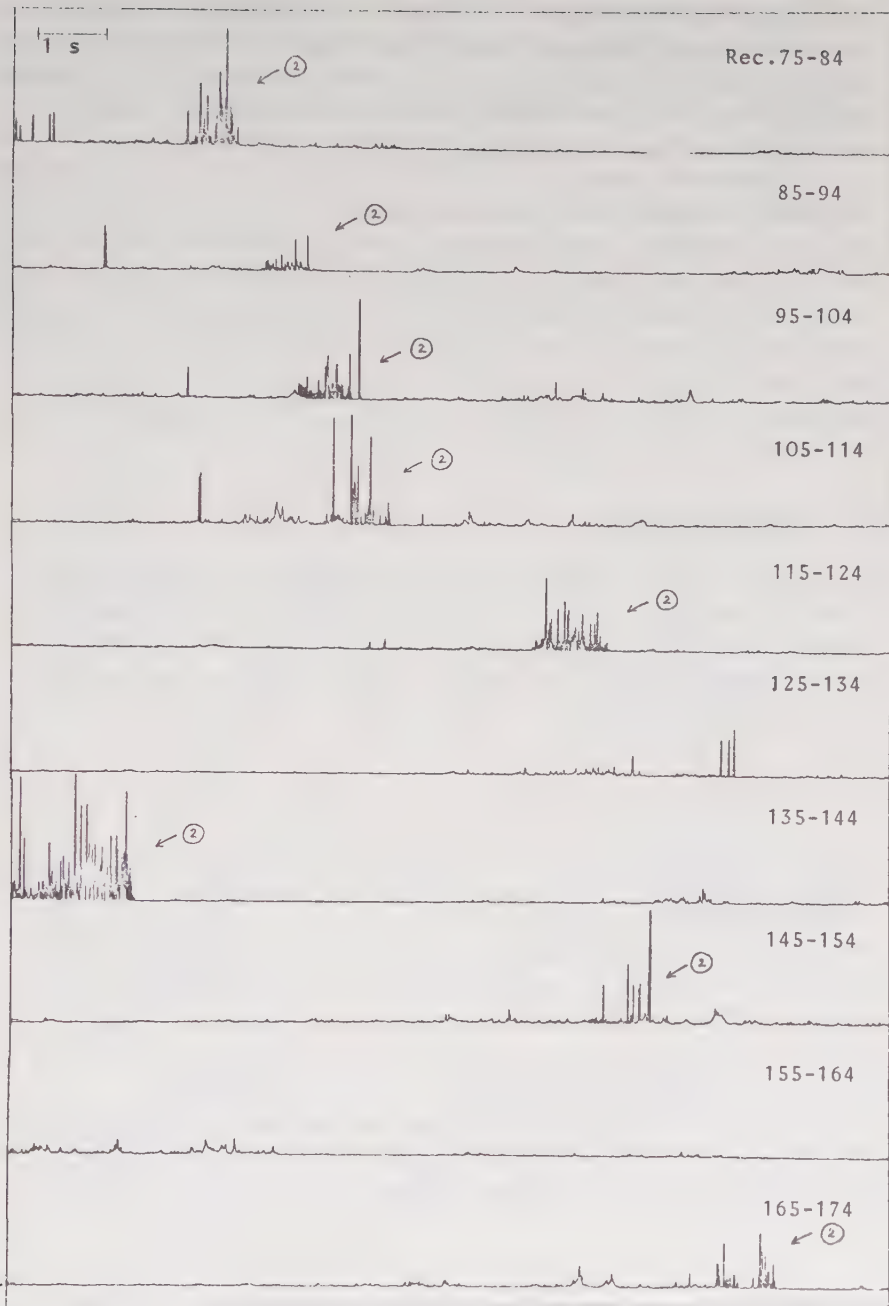


Abb. 6.20 Zeitreihen von ϵ (Run 9601)

Die von KUO u. CORRSIN (1971) angegebenen Zeiten für ruhige und turbulente Abschnitte (10s, 1s) entsprechen diesen Ergebnissen, während z.B. GURVICH (1967) kürzere Intervalle angibt (0.5s, 0.1s), GARRATT (1972) (100s, 10s) und KAIMAL (1969) dagegen längere (10-30 min, 30s, ident. mit der Darstellung in HAUGEN et al. (1971)).

Den Zeitintervallen der eigenen Messungen (25s, 1s) entsprechen im Run 9601 räumliche Abmessungen von 90 m und 3.6 m. Dies würde für eine Konzentration der Dissipation in Gebilden von der Größe L der Wirbel im Maximum des Windspektrums ($\text{also } > \lambda$) sprechen. Gesicherte Werte könnten aber nur eine genaue Analyse der Zeitabstände und Dauer der Bursts über längere Zeitreihen ergeben. Die angegebenen Zahlenwerte werden durch die Ergebnisse der Dissipationsspektren voll bestätigt (siehe 652.b)).

63. Strukturfunktionen =====

Der Vergleich der gemessenen Strukturfunktionen einmal mit den Strukturfunktionen, wie sie von der Ähnlichkeitstheorie vorausgesagt werden und zum anderen mit den nach der LNH korrigierten Strukturfunktionen bietet eine gute Möglichkeit zur Überprüfung der theoretischen Ansätze (siehe (3.49)).

a) Ergebnisse anderer Autoren

Nach der LNH sollte der Slope für Strukturfunktionen der Ordnung $p = 3/2 (1 + 2/\mu)$ ein Maximum erreichen und dann wieder abnehmen. Um dieses Verhalten zu überprüfen ist es sinnvoll, auch Strukturfunktionen höherer Ordnung zu berechnen, obwohl sie, ebenso wie die Momente höherer Ordnung mit großen Fehlern behaftet sind (siehe TENNEKES u. WYNGAARD (1972)).

Bei den Strukturfunktionen zeigen sich die Änderungen, die sich aus der LNH ergeben, deutlicher als bei den U-Spektren. Man sieht daran, daß trotz gleichem Informationsgehalt (Spektren und Strukturfunktionen sind ineinander umrechenbar) beide Darstellungsweisen je nach Fragestellung ihre Berechtigung haben.

VAN ATTA u. PARK(1972) geben Strukturfunktionen bis zur 9. Ordnung an. Für die Strukturfunktionen 2.-7. Ordnung erhalten sie mit $\mu=0.5$ gute Übereinstimmung mit den Voraussagen der LNH. Auch die Wiederabnahme des Slopes ab der 8. Ordnung wird deutlich. Für die Strukturfunktionen 8. und 9. Ordnung erhalten sie jedoch Slopes, die genau zwischen den Slopes nach der LNH und denen nach der nicht modifizierten KOLMOGOROV-Theorie liegen (s. Abb. 6.21). Eine Erklärung dafür wird von ihnen nicht angegeben, doch sind diese Ergebnisse wegen der großen Fehler bei Strukturfunktionen höherer Ordnung mit Skepsis zu betrachten.

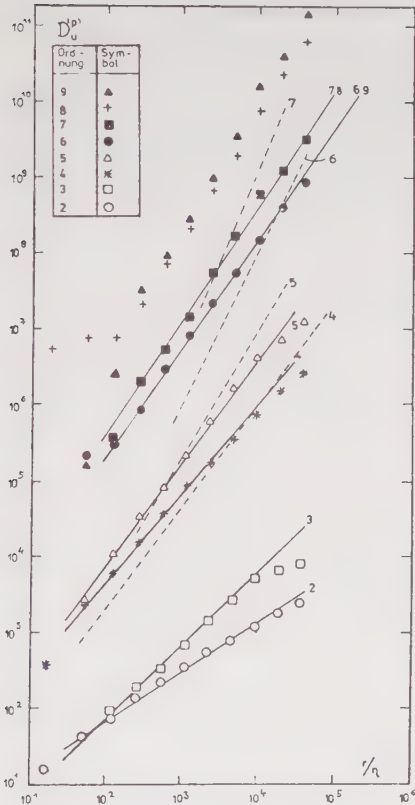


Abb. 6.21

Strukturfunktionen
2.-9. Ordnung
nach VAN ATTA u.
PARK(1972)

— Slope nach LNH mit $\mu=0.5$
 ---- Slope nach der ursprünglichen Ähnlichkeitstheorie

Die schon früher von VAN ATTA u. CHEN (1970) veröffentlichten Strukturfunktionen 2.-4. Ordnung zeigen ebenfalls das nach der LNH zu erwartende Verhalten. Aus einem Slope von 0.722 (an Stelle von 0.667) bei den Strukturfunktionen 2. Ordnung erhält man $\mu = 0.495$. Die Strukturfunktionen 3. Ordnung sind etwas flacher als zu erwarten, der Slope von 1.222 (anstatt 1.333) bei den Strukturfunktionen 4. Ordnung entspricht ebenfalls $\mu = 0.495$.

b) Eigene Ergebnisse

Aus u-Zeitreihen vom Experiment 1972 wurden Strukturfunktionen bis zur 10. Ordnung berechnet. Aus den oben genannten Gründen wurden zur Auswertung jedoch nur die Strukturfunktionen bis zur 6. Ordnung verwendet. Auch hier ergibt sich eine gute Übereinstimmung mit den Voraussagen der LNH mit $\mu = 0.5$. Es sei in diesem Zusammenhang auch auf die Schichtungsabhängigkeit der Strukturfunktionen bei großen Distanzen hingewiesen, die mit der Aufspaltung der u-Spektren bei kleinen Wellenzahlen korrespondiert (siehe Abb. 6.22 oben).

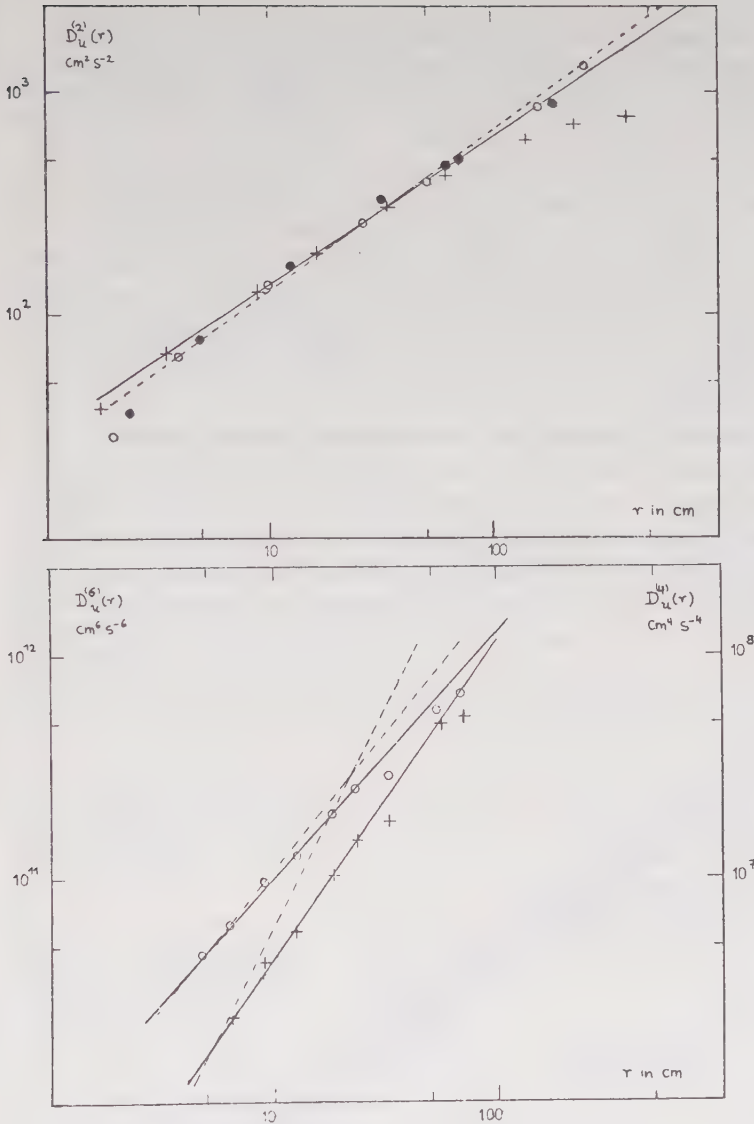


Abb.6.22 Strukturfunktionen 2.-6.Ordnung nach eigenen Messungen Herbst 1972

oben: $\circ$ Run 123 (labil) $\bullet$ Run 81 (neutral) $+$ Run 82 (stabil) $\} D_u^{(2)}$ unten: $\circ$ Run 141 (labil) $+$ Run 141 (labil) $\} D_u^{(4)}$
 — Slope nach LNH mit $\mu=0.5$
 ---- Slope nach der ursprünglichen Ähnlichkeitstheorie

64. U- Spektren

=====

Der Vollständigkeit halber sind in Abb. 6.23 die mit σ_u^2 normierten u-Spektren der ausgewerteten Meßruns wiedergegeben. Dabei zeigt sich die Aufspaltung nach der Schichtung im niederfrequenten Teil der Spektren (siehe LARSEN (1974), KAIMAL et al. (1972), FIEDLER u. FREYTAG (1974a,b)), die in ähnlicher Weise auch bei den Dissipationsspektren zu finden ist. Da die Stabilität der meisten Runs innerhalb $-0.1 < Ri < 0.1$ lag, wird dies nicht so deutlich wie bei den Messungen von 1972 (siehe FIEDLER u. FREYTAG (1974a,b)). Beim einzigen stabilen Run (7301) und bei den labilen Runs mit $Ri < -0.5$ lag die Windgeschwindigkeit bei Werten $< 2.5 \text{ ms}^{-1}$, sodaß dort die Fehlereinflüsse große Streuungen verursachten.

Im Inertial Subrange wurden den Spektren Ausgleichsgeraden angeglichen, deren Steigungen in 68. angegeben sind. Der Mittelwert der Steigungen beträgt -1.68 ± 0.07 und ist so in guter Übereinstimmung mit dem $-5/3$ -Gesetz. Aus der Abweichung vom $-5/3$ -Gesetz (nach 3.51)) die Größe μ zu berechnen, ist jedoch nicht sinnvoll, da die zu erwartenden Abweichungen von 3.3% derzeit nicht meßbar sind. Der relative Fehler beträgt 4.2%.

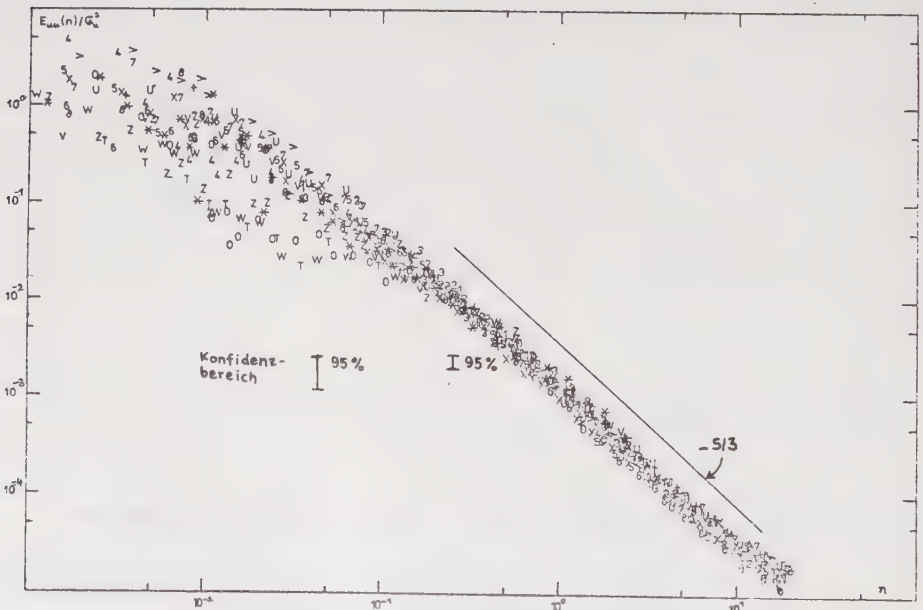


Abb.6.23 U-Spektren nach eigenen Messungen Sommer 1973
Symbole siehe Tabelle der Meßruns in 53.

65. Spektren von Gradienten und Dissipationsspektren

Die universelle Konstante μ kann man zur Zeit wohl am genauesten aus dem Dissipationsspektrum bestimmen.

651. Spektren von Gradienten

Die Slopes der Spektren von Gradienten von u (z.T. auch von v) werden u.a. von STEWART et al. (1970), GIBSON et al. (1970 a,b), SHEIH et al. (1971), BOSTON u.BURLING (1972), FRIEHE et al. (1972) und KHOLMYANSKIY (1972) mit $-1/3$ angegeben, was auch aus Dimensionsbetrachtungen im Rahmen der Ähnlichkeitstheorie folgt.

652. Spektren höherer Potenzen der Gradienten, Dissipationsspektren

a) Ergebnisse anderer Autoren

Autor (en)	Meßgröße, Meßhöhe, Gelände	Bemerkungen	μ
GURVICH u. ZUBKOVSKII (1963)	w, 4m, Steppe		0.38
POND et al. (1963) zitiert n. GIBSON u. MASIELLO (1972) u. STEWART et al. (1970)	u		0.38
GURVICH u. ZUBKOVSKII (1965)	w, 4m, Steppe	$(\partial w / \partial t)^2$ $(\partial w / \partial t)^3$	0.4 0.49
POND u. STEWART (1965) nach Daten von GURVICH u. ZUBKOVSKII (1963)	w, 4m, Steppe	Beschränkung auf Inertial Subrange	0.50
POND u. STEWART (1965)	u, 1.5m, See	ungemittelt gemittelt aus $[(\partial u / \partial t)^2]^{3/2}$	0.38 ± 0.05 0.62 ± 0.024 0.34 ± 0.03
WYNGAARD u. TENNEKES (1970)	u, $Re_\lambda = 200$		0.85
VAN ATTA u. CHEN (1970)	u		0.5
STEWART et al. (1970)	u, 2m, See		0.35
GIBSON et al. (1970a)	u, 2-12m, See	$f < 100 s^{-1}$ über alle f	0.494 ± 0.042 0.507 ± 0.022
SHEIH et al. (1971)	u		0.7
FRIEHE et al. (1972)	u, $Re_\lambda = 540$	$(\partial u / \partial t)^2$ $(\partial u / \partial t)^3$ $(\partial u / \partial t)^4$	0.5 0.36 0.27
WYNGAARD u. PAO (1972)	u		0.5
KHOLMYANSKIY (1972)	u	$\ln k\eta < -1.5$ $-1.5 < \ln k\eta < -0.6$	0.28 .. 0.33 ≈ 0.5
eigene Ergebnisse	ϵ , 5m, Rapsfeld	$u_* > 0.20 m s^{-1}$	0.46 ± 0.045

Wenn nicht anders angegeben, wurden Spektren der Größen $(\partial u / \partial t)^2$ bzw. $(\partial w / \partial t)^2$ untersucht. Der Wert aus eigenen Messungen ist zum Vergleich angegeben.

Die von GIBSON u. MASIELLO bzw. STEWART et al. angegebenen Werte aus einer Arbeit von POND et al. (1963) sind in dieser Arbeit selbst nicht zu finden.

Die Untersuchungen erstrecken sich im allgemeinen nur über wenige Runs, so daß von keinem der Autoren eine etwaige Abhängigkeit von skaligen Parametern wie der Stabilität untersucht wurde. Im Rahmen der Ergebnisse für μ ($0.27 < \mu < 0.85$) liegen auch die μ -Werte aus anderen Bestimmungsmethoden. Als Beispiele sind in Abb. 6.24 die Dissipationspektren einiger Autoren angegeben, die den Slope im Bereich des Inertial Subrange und das Abfallen des Spektrums im Dissipationsbereich zeigen.

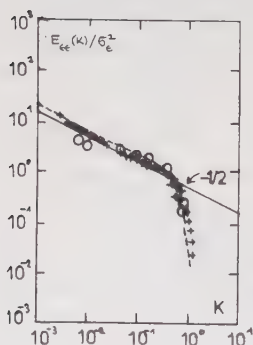


Abb. 6.24

Dissipationsspektren
nach FRIEHE et al. (1972)

- GIBSON et al. (1970a)
- WYNGAARD u. TENNEKES (1970)
- + FRIEHE et al. (1972)

b) Eigene Ergebnisse

Einen Überblick über die Dissipationsspektren aus eigenen Messungen gibt Abb. 6.25. Auf Grund des umfangreichen Datenumaterials konnte erstmals die Aufspaltung der Spektren im niederfrequenten Bereich gezeigt werden, wenn auch der Bereich der Ri-Zahlen zu klein war, um vor allem die Abhängigkeit bei stabiler Schichtung zu zeigen. Für Runs mit $U_* > 0.15 \text{ ms}^{-1}$ liegen die Spektren für $Ri < -0.5$ ($W, 0$) tiefer als für $Ri > -0.05$ (1, 3, 5, 8). Eine Abhängigkeit der Größe μ selbst von der Sta-

bilität konnte nicht festgestellt werden. Der mittlere aus den Slopes der Dissipationsspektren berechnete μ -Wert beträgt $\bar{\mu} = 0.46 \pm 0.045$. Die μ -Werte aus den eigenen Spektren schwanken zwischen 0.57 und 0.40. Die relativ große Streuung ist wohl darin begründet, daß der überdeckte Bereich des Inertial Sub-range nur klein ist und der Dissipationsbereich nicht ganz erreicht wird.

In Abb. 6.26 ist als Beispiel das Dissipationspektrum von Run 9601 einzeln gezeichnet um die Feinstruktur zu verdeutlichen. Es fällt einmal auf, daß am niederfrequenten Ende nach dem Maximum des Spektrums bei $n=10^{-1}$ (was $r=50$ m entspricht) ein schwacher Gap folgt und dann das Spektrum wieder ansteigt. Eine Untersuchung des weiteren Verlaufs war aber hier wegen der begrenzten Länge des Runs nicht möglich. Ein zweites, allerdings nur schwach ausgeprägtes Maximum kann bei Werten von $n=5 \cdot 10^{-3}$ (was $r=1000$ m entspricht) angenommen werden, beide Maxima liegen bei stabiler Schichtung bei niedrigeren Frequenzen als bei labiler Schichtung. Im Gegensatz dazu verschiebt sich das Maximum der u-, v- und w-Spektren mit wachsender Stabilität zu höheren Frequenzen.

Dem Maximum bei $n=10^{-1}$ kann man eine Aufeinanderfolge der Bursts in Abständen von etwa 15 s zuordnen. So erhält man bei labiler Schichtung eine dichtere Lage der Bursts. Vor dem Bereich des Inertial Subrange zeigt sich bei fast allen Dissipationsspektren ein Knick bzw. eine Stufenstruktur, die nach ROTH (1971) die Existenz eines 2. Produktionsbereichs bei $n = 6$ (entspricht etwa $r = 0.8$ m) anzeigen würde. Die Lage dieser Stufe bei $r = 0.8$ m entspricht in etwa der Größe von λ (λ lag bei den Messungen zwischen 0.07 und 0.66 m), also nach den Modellannahmen der Vortex-Stretching-Modelle der Größe der streckenden Wirbel.

So ergeben die Untersuchungen der Zeitreihen folgendes Bild: Die aus Instabilitäten der Strömung entstehenden Gradienten werden, je nach ihrer Lage im Raum, durch Vortex-Stretching verstärkt oder geschwächt. Die Größe der streckenden Wirbel ist λ , die so entstehenden Gebilde liegen im Abstand L , der Größe der energiereichsten Wirbel. Man kann sich diese Wirbel also von dissipationsreichen Gebieten von Faden- oder Schlauchstruktur umgeben denken.

Die Untersuchungen im Sommer 1975 dienten hauptsächlich dazu, Lage im Raum und Form der energiereichsten Wirbel zu bestimmen und den Vortex-Stretching-Prozeß zu untersuchen.

Zum Vergleich wurden in Abb.6.26 auch die Spektren von $(\partial u / \partial x)^2$ und $(\partial w / \partial x)^2$ eingezeichnet. Die Slopes dieser Spektren erscheinen bei diesem Run etwas flacher, über alle Runs gemittelt konnten jedoch keine systematischen Unterschiede festgestellt werden. Im Gegensatz zu den Verteilungen, bei denen schon die häufigen Null-Werte von $(\partial u / \partial t)^2$ zu unterschiedlichen Ergebnissen führen müssen, sind keine entscheidenden Unterschiede zwischen ϵ - und $(\partial u / \partial t)^2$ -Spektren zu erwarten, wenn man davon ausgeht, daß die Spektren der Gradienten die gleiche Form, Maxima bei derselben Frequenz und nur unterschiedliche Absolutwerte haben.

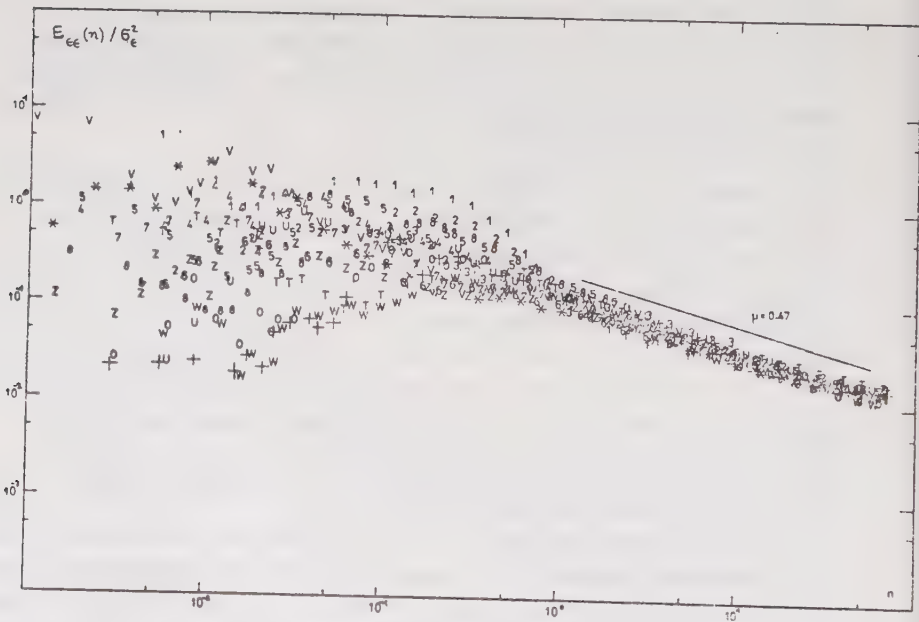


Abb. 6.25 Dissipationsspektren nach eigenen Messungen Sommer 1973
Symbole siehe Tabelle der Meßruns in 53.

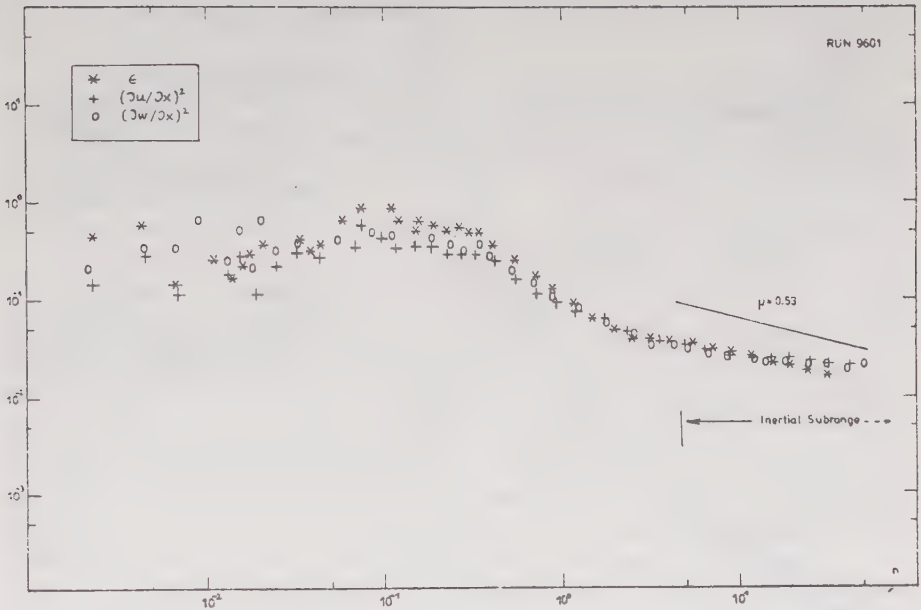


Abb. 6.26 Spektren von ϵ , $(\partial u / \partial x)^2$ und $(\partial w / \partial x)^2$ von Run 9601

66. Weitere Methoden zur Überprüfung der LNH

661. Bestimmung von Breakdown-Koeffizienten

Nach den Annahmen von YAGLOM(1966) sollten die Verteilungen der Breakdown-Koeffizienten $\epsilon_j / \epsilon_{j+1}$ für alle j gleich sein. GIBSON u. MASIELLO(1972) untersuchen diesen Ansatz für $(\partial u / \partial x)^2_r$ mit einer Halbierung des Mittelungsradius von Stufe zu Stufe. Mit einem Radienverhältnis 1:2 erhält man ein Volumenverhältnis 1:8 und damit

$$\mu = 3 \sigma_{\ln y_r}^2 / \ln 8 \quad (6.4)$$

Die Verteilungen der Größen $\ln y_r = \ln [(\partial u / \partial t)^2_r / (\partial u / \partial t)^2_{2r}]$ mit $1 \text{ cm} \leq r \leq 32 \text{ cm}$ sind nahezu identisch für die verschiedenen r , zeigen aber Abweichungen von der Normalverteilung. Das Vorliegen einer Normalverteilung ist aber für die Anwendung des

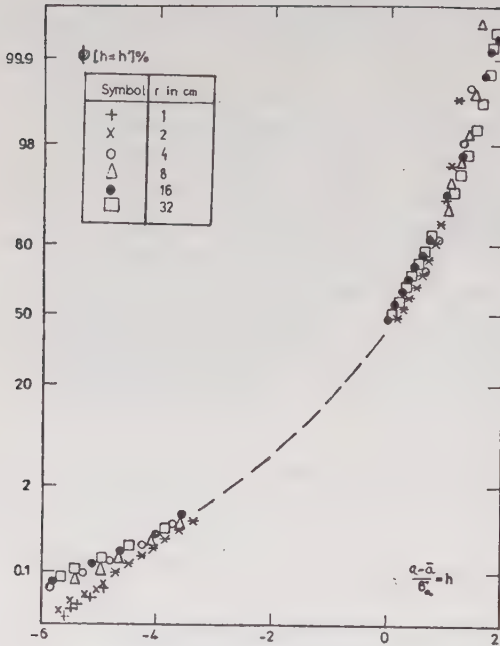


Abb. 6.27

Häufigkeitsverteilungen von

$$\ln y_r = \ln \frac{(\partial u / \partial x)_r}{(\partial u / \partial x)_{2r}}$$

für verschiedene r
nach GIBSON u. MASIELLO
(1972)

Im Bereich $-3 < h < 0$
fallen alle Werte dicht
zusammen und sind durch
----- wiedergegeben.

Central Limit Theorems, das in die Kaskadenmodelle Eingang findet, auch nicht notwendig. (siehe dazu Abb. 6.27).

Über (6.4) errechnen GIBSON u. MASIELLO (1972) μ -Werte zwischen 0.29 und 0.65. Der Mittelwert $\bar{\mu} = 0.49 \pm 0.2$ liegt zwar bei den Ergebnissen anderer Autoren, ist aber mit einer großen Streuung behaftet.

KHOLMYANSKIY (1973) erhält je nach Lage der kleineren Gebiete relativ zu den größeren $\mu = 0.19$ (Mitte der kleineren Gebiete = Mitte der größeren Gebiete) und $\mu = 0.29$ (kleinere Gebiete am Rand der größeren Gebiete).

VAN ATTA u. YEH (1973) erhalten für Radienverhältnisse 1:2 bis 1:16 ebenfalls weitgestreute μ -Werte (0.15 bis 0.75). Die Werte nehmen bei ihnen mit zunehmendem r ab.

662. Bestimmung der universellen Konstante μ aus K_u

GIBSON et al. (1970a) bestimmen μ nach (3.37) und erhalten so $\bar{\mu} = 0.44 \pm 0.25$, wobei auch hier die große Streuung zu beachten ist.

67. Anmerkungen zu Fehlermöglichkeiten bei den einzelnen Methoden =====

671. Verteilungen und Momente

Die Versuche, Abweichungen von den Voraussagen der LNH mit Fehlereinflüssen zu erklären und so "wegzuinterpretieren", wurden weiter oben schon mehrfach angesprochen. Computersimulationen haben gezeigt, daß zumindest ein Teil der Abweichungen so zu erklären ist.

Auf das Auffüllen niedriger Werte durch Rauschen weisen STEWART et al.(1970), GIBSON et al.(1960b) und WYNGAARD u. TENNEKES (1970) hin.

Bei den eigenen Daten wurde durch Filtern der Eingangssignale (-14 dB bei 50 Hertz, LC-Filter) und, soweit das nicht möglich war, durch nachträgliches digitales Filtern der Einfluß des Rauschens auf spektrale Werte $< 50 \text{ s}^{-1}$ beschränkt und Aliasing vermieden. Dadurch werden natürlich andererseits die Momente beeinflusst, vor allem höhere Momente werden nicht mehr vollständig erfaßt (siehe GIBSON u. MASIELLO (1972)). Die gemessenen Momente, etwa von $\ln \epsilon_r$, sind nur Näherungen für die Momente von $\ln \epsilon$, die erst bei Mittelungsradien $r \approx \eta$ erreicht werden, was aber eine Meßfrequenz von einigen 1000 s^{-1} anstelle von 100 s^{-1} erfordern würde.

Denselben Effekt hat die Größe der Meßanordnung und der Meßfühler, die ebenfalls für die Meßwerte einen Tiefpaßfilter darstellen, der etwa dieselben Eigenschaften wie der LC-EingangsfILTER hat. Die Bestimmung von Momenten erfordert lange Zeitreihen, um gesicherte Ergebnisse zu erhalten. SHEIH et al. (1971) geben z.B. für die Bestimmung von K $T_4 \approx 24 \frac{1}{f_m \epsilon}$ an, wobei f_m die Frequenz des Maximums im Spektrum der Meßgröße ist. So erhält man $T_4 \approx 400 \text{ s}$, während TENNEKES u. WYNGAARD (1972) für eine Bestimmung von K auf $\pm 10\%$ $T_4 \approx 5000 \text{ s}$ fordern. Mit Meßruns von meist 22 min Dauer wird diese Zeit nicht erreicht, doch ist es andererseits schwierig (vor allem bei labiler Schichtung) über längere Zeit stationäre Verhältnisse anzutreffen, wodurch der Dauer eines Meßruns eine obere Grenze gesetzt ist.

Eine Quelle von Fehlern, die im Modell oder der Betrachtungsweise des Vorgangs liegen, ist die Verwendung von Näherungen (so $(\partial u / \partial t)^2$) anstelle von ϵ bzw. die Ausdehnung der Aussagen

der LNH auf andere positiv definite Größen, wie sie von vielen Autoren vorgenommen wird. Da diese Näherungen die Mittelwerte von ϵ annähern, nicht aber die Momentanwerte, ist bei der Bestimmung von Verteilungen und Momenten besondere Vorsicht geboten. Auf diese Problematik wurde schon in 42. eingegangen. Die Übereinstimmung wird bei hohen absoluten Werten von ϵ besser sein, da hier die quadratischen Terme in (4.10) die Kreuzprodukte überwiegen.

Die Anwendung der Modelle wird auch durch die zu geringe Re_{λ} -Zahl beschränkt (STEWART et al. (1970)), die eine zu kleine Anzahl der Stufen im Kaskadenprozeß zur Folge hat.

Dies führt zu einem Mangel an sehr großen Werten, der sich auch bei der Verteilung aus eigenen Messungen in einem Abknicken der Verteilungen am oberen rechten Ende zeigt (Abb. 6.14).

Auch die Anwendungsmöglichkeit der TAYLOR'schen Hypothese muß in diesem Zusammenhang untersucht werden. Das üblicherweise angeführte Kriterium (z.B. LIN (1953)) $\sigma_u^2 / \bar{u}^2 \ll 1$ wird nicht bei allen Runs erfüllt, dadurch kommt es zu Fehlern bei der Bestimmung der Gradienten nach x (die ja unter Anwendung der TAYLOR'schen Hypothese berechnet wurden) und bei der Übertragung der gemessenen Zeitreihen auf die Aussagen über die räumliche Verteilungen, die die LNH und die Modelle machen. So weisen z.B. GURVICH u. YAGLOM (1967) darauf hin, daß trotz lognormal verteiltem $(\partial u / \partial x)^2$ aufgrund schwankender Konvektionsgeschwindigkeiten die Größen $(\partial u / \partial x)^2$ einen Überschuß an kleinen Werten aufweisen können. Nach HESKESTAD (1965a,b) gilt

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 = \bar{u}^2 \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 \left\{ 1 + \frac{\sigma_u^2 + 2 \sigma_v^2 + 2 \sigma_w^2}{\bar{u}^2} \right\} \quad (6.5)$$

Bei der Auswertung wurde diese Korrektur für die Berechnung der Gradienten nach x berücksichtigt.

Zu berücksichtigen sind natürlich auch Fehler meßtechnischer Art. Etwaige Veränderungen in den Eichgrößen der Hitzdrahtmeßfühler wurden durch Anpassen der Eichgrößen an das Windprofil

ausgeglichen, da sonst schon bei Veränderungen nur eines der 9 Meßfühler die gesamte Messung ausgefallen wäre. Es zeigte sich jedoch, daß im allgemeinen die Eichung über die Dauer zweier Meßruns (meist wurden auf einem Magnetband 2 Meßruns ohne Zwischeneichung aufgezeichnet) soweit konstant blieb, daß die U_1 auf $\pm 3\%$ genau bestimmt werden konnten. Weiter sind Rundungsfehler durch die begrenzte Auflösung der Datenerfassungsanlage und Linearisierungsfehler bei der analogen Linearisierung der Anemometer-Signale bei niedrigen Windgeschwindigkeiten zu beachten.

Die Temperaturabhängigkeit der Windmeßfühler-Eichung wurde im Labor bestimmt und über die gemessenen "schnellen" Temperaturen bei der Auswertung berücksichtigt.

672. Strukturfunktionen und Spektren

Die Form der Spektren ist wesentlich unkritischer gegenüber Meßfehlern als Verteilungen und Momente. Da die absoluten Werte (z.B. von ϵ) im Rahmen dieser Arbeit nicht im Mittelpunkt standen, kam es im wesentlichen auf die Form der Strukturfunktionen und Spektren an, in die nur die Amplitudenverhältnisse und die zeitliche Abfolge der Ereignisse eingeht. Auch die Verwendung von Näherungen wie $(\partial u / \partial t)^2$ scheint hier eher möglich (siehe Abb. 6.26). Die Beeinflussung des Slopes durch Mittelungsfehler ist nur gering (GURVICH u. ZUBKOVSKII (1965)). Die Ergebnisse (z.B. für den Parameter μ) die mit diesen Methoden bestimmt wurden, sind daher wohl gesicherter als Bestimmungen aus Momenten und aus anderen Methoden.

68. Übersicht über die Ergebnisse =====

a) Ergebnisse anderer Autoren

Die Ergebnisse für die Momente sind in den einzelnen Abschnitten weiter oben enthalten. Eine Übersicht über die Bestimmung von μ aus dem Slope von E_{66} findet sich in 652. a).

Hier sind nochmals die Ergebnisse aller übrigen Bestimmungen von μ zusammengefaßt. Die eigenen Werte sind zum Vergleich mit angegeben.

Autor(en)	Methode	Ergebnisse		
		$\mu = \mu_2$	μ_3	μ_4
NOVIKOV(1969,1971)	Theorie	0.41	1.00	1.68
KHOLMYANSKIY(1970)	$\overline{(\ln \epsilon_r)^2} \sim \mu_p$	0.35±0.07	1.05±0.21	2.10±0.42
KHOLMYANSKIY(1972)	a) $\overline{(\ln \epsilon_r)^2} \sim \mu_p$	0.23	0.61	1.05
	b) $\overline{(\ln \epsilon_r)^2} \sim \mu_p$	0.32	0.95	1.05
NOVIKOV(1971)nach Daten v.STEWART et al.(1970)			0.93	1.68
GIBSON u.MASIELLO (1972)	$\sigma_{\ln \epsilon_r}^2 \sim \mu$	0.47±0.03		
VAN ATTA u.YEH(1973)	$\sigma_{\ln \epsilon_r}^2 \sim \mu$	0.15		
eigne Messungen	$\overline{(\ln \epsilon_r)^2} \sim \mu_p$		0.23	3.4
VAN ATTA u.CHEN(1970)	Struktur- funktionen 2.u.4.Ordn.	0.495		
VAN ATTA u.PARK(1972)	Struktur- funktionen 2.-7.Ordn.	0.5		
eigene Messungen	Struktur- funktionen 4.u.6.Ordn.	0.5		
GIBSON u.MASIELLO (1972)	Breakdown- Koeffizien- ten	0.49±0.2 (0.29 ... 0.65)		
VAN ATTA u.YEH(1973)	Breakdown- Koeffizien- ten	0.15 ... 0.75		
KHOLMYANSKIY(1973)	Breakdown- Koeffizien- ten	0.19 ... 0.29		
GIBSON et al.(1970a)	nach (3.37) aus $K_{\bar{u}}$	0.44±0.25		

a) $\epsilon \sim [(\partial u / \partial t) / u]^2$ b) $\epsilon \sim [(\partial u / \partial t) / \bar{u}]^2$

b) Eigene Ergebnisse

Meßrun	$\sigma^2_{\epsilon_r}$	$S_{\dot{u}_i}$ = $-\exp(-36^2/8)$	$K_{\dot{u}_i}$ = $\exp(\sigma^2)$	$S_{\ln \epsilon}$	$K_{\ln \epsilon}$	A(x,t) (siehe (3.23))	Slope von $E_{uu}(k)$	μ aus Slope von $E_{\epsilon\epsilon}(k)$
9201	1.26	-1.6	3.5	-0.25	25.4	-1.66	-1.54	0.51
9202	1.13	-1.5	3.1	-1.78	14.8	-1.79	-1.61	0.57
9301	2.04	-2.2	7.7	-0.48	8.7	-0.88	-1.74	0.47
9501	5.43	-7.7	227.9	-1.15	4.2	+2.51	-1.73	0.51
9502	4.37	-5.1	78.9	-0.97	4.4	-1.45	-1.63	0.51
9601	1.61	-1.8	5.0	.	.	-1.31	-1.60	0.53
9602	1.66	-1.9	5.3	.	.	-1.26	.	0.53
9701	1.55	-1.8	4.7	-0.24	8.4	-1.37	-1.79	0.45
9702	1.37	-1.7	3.9	-0.01	11.2	-1.55	-1.66	0.50
9801	2.16	-2.2	8.6	-1.66	20.5	-0.76	-1.77	0.46
9802	2.09	-2.2	8.1	-1.32	19.6	-0.83	-1.71	0.47
9901	1.64	-1.8	5.1	-0.44	9.2	-1.28	-1.74	0.44
9902	1.25	-1.6	3.5	-0.69	15.6	-1.67	-1.63	0.46
7101	1.21	-1.6	3.3	-0.44	17.5	-1.71	.	0.40
7102	0.90	-1.4	2.5	-1.63	30.1	-2.02	.	0.42
7201	1.13	-1.5	3.1	-0.52	20.8	-1.79	-1.66	0.43
7202	1.48	-1.7	4.4	-0.59	14.4	-1.44	-1.74	0.41
7301	2.78	-2.8	16.1	-1.52	8.4	-0.14	-1.72	0.55
Mittel über						-1.31 ± 0.24	-1.68 ± 0.07	0.47 ± 0.045
1 cm	1.26	-1.60	3.51	-0.25	25.4	Runs mit $u_* \geq 0.20$ m/s: -1.52 -1.69 0.46 ± 0.24 ± 0.07 ± 0.045		
2 cm	1.37	-1.67	3.92	-0.96	19.7			
4 cm	1.37	-1.67	3.92	-0.63	3.7	Run 9201 ↙		
8 cm	1.32	-1.64	3.74	-0.87	18.1			
16 cm	1.15	-1.54	3.15	-0.33	8.4			
32 cm	1.09	-1.51	2.99	-0.17	8.4			
64 cm	0.94	-1.42	2.57	-0.22	3.3			
128cm	0.76	-1.33	2.13	-1.13	9.3			
1 cm	1.13	-1.53	3.09	-1.78	14.8	Run 9202 ↙		
2 cm	1.12	-1.52	3.08	-1.82	18.8			
4 cm	1.11	-1.52	3.04	-1.33	20.6			
8 cm	1.23	-1.53	3.09	-2.27	12.5			
16 cm	0.92	-1.41	2.52	-1.07	6.9			
32 cm	0.91	-1.41	2.48	-1.00	7.4			
64 cm	0.88	-1.39	2.41	-1.00	8.5			
128cm	0.82	-1.36	2.28	-1.00	3.9			

7. Schlußanmerkungen

Die Ergebnisse der durchgeführten Messungen haben gezeigt, daß die Lognormal-Hypothese als Ansatz zur Beschreibung des Verhaltens der Dissipation trotz gewisser Einwände von theoretischer Seite gut geeignet ist.

Mit der in Abb. 5.8 wiedergegebenen Meßfühleranordnung war es erstmals möglich, Ereignisse von Dissipation ohne Rücksicht auf die Lage der Wirbel im Raum zu erfassen.

Die so gewonnenen Häufigkeitsverteilungen der Dissipation lagen nahe an den von der LNH vorhergesagten Werten und bestätigen diese.

Es hat sich gezeigt, daß Abweichungen vor allem auf der Verwendung von Näherungen für ϵ beruhen. Der universelle Parameter μ wurde auf verschiedene Weise bestimmt. Die Ergebnisse stimmen überein und liegen im Bereich der von anderen Autoren angegebenen Werte.

Beim Vergleich der Modellaussagen mit den Ergebnissen zeigen die Kaskadenmodelle ein hohes Maß an Übereinstimmung. Auf theoretischem Gebiet erscheint daher eine Weiterentwicklung dieser Modelle und ihre Verknüpfung mit den Vorstellungen der Vortex-Stretching-Modelle sinnvoll.

Um die für die Beurteilung der einzelnen Modelle nötige Kenntnis über die räumliche Verteilung turbulenter Größen zu verbessern, sollen weitere Untersuchungen an den vorhandenen Daten vorgenommen werden, insbesondere soll das Wechselspiel der einzelnen Gradienten untersucht werden. Bei Freilanduntersuchungen im Sommer 1975 wurde eine Anordnung wie in Abb. 5.8 mit vergrößerter Basis (insgesamt 6 Dreifach-Meßfühler, jeweils auf Windfahnen montiert, Basis einige Meter) eingesetzt, um über die Bestimmung räumlicher Korrelationen das turbulente Strömungsfeld zu vermessen. Dabei sollen auch die Temperaturfluktuationen in die Untersuchungen mit einbezogen werden.

An dieser Stelle gilt mein Dank den Mitarbeitern des Meteorologischen Instituts, ohne deren Hilfe diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre:

Herrn Prof. Dr. G. HOFMANN für die Förderung der Arbeit und zahlreiche Anregungen, Herrn N. BEIER, Herrn Prof. Dr. F. FIEDLER, Herrn Prof. Dr. H. KRAUS und Herrn Prof. Dr. R. ROTH, die die Erstellung der Meßanlage und die Gesamtkonzeption für die experimentelle Arbeit der Arbeitsgruppe Mikrometeorologie geplant und durchgeführt haben,

Herrn K. HÄCKL, der für die Planung und den Aufbau der Background-instrumentierung zuständig war,

Herrn H. SCHWEIGER für den Bau von Windfahnen und Meßfühlerhaltungen, ihnen, Herrn G. WEINBERGER, Herrn A. WELKER und besonders Frl. A. DIETL für den Einsatz bei Vorbereitung und Durchführung der Freilandexperimente,

und nicht zuletzt Frl. Dipl. Met. B. HENNEMUTH für zahlreiche kritische Hinweise sowie Frl. Ch. DÖMER, Frl. S. DUHM, Frl. C. ELBERT, Frau V. FÜSSL und Frau Ch. KÖHNLEIN für die Hilfe bei der Fertigstellung des Manuskripts.

Die Untersuchungen wurden unter Kr 228/3 und Ho 366/10 von der DFG unterstützt, der an dieser Stelle auch mein Dank gilt.

8. Literaturverzeichnis

J. AITCHISON, J.A.C. BROWN

"The lognormal distribution"

Camb.Univ.Press, Cambridge (1957)

R.A. ANTONIA

"Some small scale properties of boundary layer turbulence"

Phys. Fluids 16(1973) 1198-1206

G.K. BATCHELOR

"The theory of homogeneous turbulence"

Camb.Univ.Press,Cambridge (1956)

G.K. BATCHELOR, A.A. TOWNSEND

"Decay of vorticity in isotropic turbulence"

Proc.Roy.Soc. A 190(1947) 534-550

G.K. BATCHELOR, A.A. TOWNSEND

"The nature of turbulent motion at large wave-numbers"

Proc.Roy.Soc. A 199(1949) 238-255

M.BATH

"Spectral analysis in geophysics"

Elsevier, Amsterdam (1974)

J.S. BENDAT

"Principles and applications of random noise theory"

Wiley and Sons, New York (1958)

R. BETCHOV

"An inequality concerning the production of vorticity in isotropic turbulence"

J.Fluid Mech.1(1956) 497-504

N.E.J. BOSTON, R.W. BURLING

"An investigation of high-wavenumber temperature and velocity spectra in air"

J.Fluid Mech.55(1972) 473-492

V.M. BOVSHEVEROV, A.S. GURVICH, A.N. KOCHETKOV, S.A. LOMADZE

"Measurements of the frequency spectrum of small-scale velocity circulation in a turbulent flow"

Izv.Atm.Oc.7(1971) 245-248

T. CARLEMAN

"Sur le problème des moments"

Compt.Rend.174(1922) 1680-1684

T. CEBECI, A.M.O. SMITH

"Analysis of turbulent boundary layers"

Academic Press, New York (1974)

W.Y. CHEN

"Lognormality of small-scale structure of turbulence"

Phys.Fluids 14(1971) 1639-1642

J.W. COOLEY, J.W. TUKEY

"An Algorithm for the machine calculation of complex Fourier series"

Math.Comp. 19(1965) 297-301

S. CORRSIN

"Turbulent dissipation fluctuations"

Phys.Fluids 5(1962) 1301-1302

DISA

"Gebrauchsanweisung und Servicehandbuch für Typ 55D05 Batteriegespeistes KTA"

DISA-Elektronik, Herlev (1967)

DISA

"Bedienungs- und Servicehandbuch für Typ 55D15 Linearisator"

DISA-Elektronik, Herlev (1969)

DISA

"Sondenhandbuch"

DISA-Elektronik, Herlev (1970)

DISA

"DISA triaxial probe, Measurements in a three-dimensional flow"

DISA-Elektronik, Herlev (1971)

DISA

"Wissenschaftliche Forschungsinstrumentierung, Gesamtkatalog"

DISA-Elektronik, Herlev (1972)

J.A. DUTTON, D.G. DEAVEN

"A self-similar view of atmospheric turbulence"

Radio Sci.4 (1969) 1341-1349

J.A. DUTTON, D.G. DEAVEN

"Some observed properties of atmospheric turbulence"

aus ROSENBLATT u. VAN ATTA (1972) 352-383

J.A. DUTTON, J.A. LANE , B.R. BEAN, C.E. COULMAN, M. FUKUSHIMA,
A. MONTGOMERY, W.C. SWINBANK

"Intermittency of small-scale structure"

Radio Sci. 4(1969) 1357-1359

J.A. DUTTON, G.J. THOMPSON, D.G. DEAVEN

"The probabilistic structure of Clear Air Turbulence--
Some observational results and implications"

aus PAO u. GOLDBURG (1959) 183-206

J.A. ELLIOTT

"Microscale pressure fluctuations measured within the
lower atmospheric boundary layer"

J.Fluid.Mech. 53(1972a) 351-383

J.A. ELLIOTT

"Microscale pressure fluctuations near waves being
generated by the wind"

J.Fluid.Mech. 54(1972b) 427-448

G.H. FICHTL

"Probability distribution of vertical longitudinal
shear fluctuations"

J.Appl.Met. 11(1972) 918-925

F. FIEDLER

"Klimawerte zur Temperatur- und Windschichtung in den
untersten 50m der Atmosphäre"

Wiss.Mitt.Met.Inst.Univ.München 18(1970)

F. FIEDLER, C. FREYTAG

"Spektrale Analyse turbulenter Flüsse von Impuls
und Wärme in der Prandtl-Schicht"

aus DFG-Forschungsber."Energiehaushalt und
Zirkulation der Atmosphäre", Bad Godesberg(1974a)

F. FIEDLER, C. FREYTAG

"Spectral analysis of turbulent kinetic energy, tem-
perature and fluxes of momentum and heat in the
Prandtl layer"

zur Veröffentlichung vorgesehen (1974b)

F.N. FRENKIEL, P.S. KLEBANOFF

"Les asymétries d'ordre supérieur dans un écoulement
turbulent"

Compt.Rend.260(1965) 6026-6029

F.N. FRENKIEL, P.S. KLEBANOFF

"Higher-order correlations in a turbulent field"

Phys.Fluids 10(1967) 507-520

F.N. FRENKIEL, P.S. KLEBANOFF

"Statistical properties of velocity derivatives in a turbulent field"

J.Fluid Mech. 48(1971) 183-208

F.N. FRENKIEL, P.S. KLEBANOFF

"Probability distributions and correlations in a turbulent boundary layer"

Phys.Fluids 16(1973) 725-737

C. FREYTAG

"Ein verallgemeinertes Hartree-Fock-Verfahren"

Dipl.Arbeit Phys.Dep.TU München (1970)

C. FREYTAG

"Grundlagen der Fast Fourier Transform"

unveröffentlichtes Manuskript, München(1972)

C. FREYTAG

"Untersuchungen der Turbulenzstruktur in der bodennahen Luftschicht"

aus DFG-Forschungsbericht "Energiehaushalt und Zirkulation der Atmosphäre", Bad Godesberg (1974)

C.A. FRIEHE, C.W.VAN ATTA, C.H. GIBSON

"Jet turbulence: Dissipation rate measurements and correlations"

AGARD Conf.Proc., London (1972) 18/1-18/7

J.R. GARRATT

"Studies of turbulence in the surface layer over water (Lough Neagh). Part II: Production and dissipation of velocity and temperature fluctuations"

Quart.J.Roy.Met.Soc. 98(1972) 642-657

C.H. GIBSON, P.J. MASIELLO

"Observations of the variability of dissipation rates of turbulent velocity and temperature fields"

aus ROSENBLATT u. VAN ATTA (1972) 427-453

C.H. GIBSON, G.R. STEGEN, S. McCONNELL

"Measurements of the universal constant in Kolmogoroff's third hypothesis for high Reynolds number turbulence"

Phys.Fluids 13(1970a) 2448-2451

C.H. GIBSON, G.R. STEGEN, R.B. WILLIAMS

"Statistics of the fine structure of turbulent velocity and temperature fields measured at high Reynolds number"

J.Fluid Mech. 41(1970b) 153-167

C.H. GIBSON, R.B. WILLIAMS

"Turbulence structure in the atmospheric boundary layer
over the open ocean"

AGARD Conf.Proc., München (1969) 5/1-5/9

H. GOERING (Herausg.)

"Sammelband zur statistischen Theorie der Turbulenz"

Akademie-Verlag, Berlin (1958)

G.S. GOLITSYN

"Dissipation fluctuations in locally isotropic turbulent
flow"

Sov.Phys.Dokl. 7(1962) 380-382

H.L. GRANT, R.W. STUART, A. MOILLIET

"Turbulence spectra from a tidal channel"

J.Fluid Mech. 12(1962) 241-268

A.S. GURVICH

"Probability distribution of the square of the velocity
differential in a turbulent flow"

Izv.Atm.Oc. 2(1966) 659-661

A.S. GURVICH

"Probability distribution of the square of the temperature
difference between two points of a turbulent flow"

Sov.Phys.Dokl. 12(1967) 17-20

A.S. GURVICH, A.M. YAGLOM

"Breakdown of eddies and probability distributions for
small-scale turbulence"

Phys.Fluids Suppl. 10(1967) S59-S65

A.S. GURVICH, S.L. ZUBKOVSKII

"On the experimental evaluation of the fluctuations of
dissipation of turbulent energy"

Izv.Geophys. 10(1963) 1130-1132

A.S. GURVICH, S.L. ZUBKOVSKII

"Measurement of fourth and sixth correlation moments
of a velocity gradient"

Izv.Atm.Oc. 1(1965) 460-463

G.J. HAHN, S.S. SHAPIRO

"Statistical models in engineering"

John Wiley and Sons, New York (1967)

D.A. HAUGEN, J.C. KAIMAL, E.F. BRADLEY

"An experimental study of Reynolds stress and heat flux
in the atmospheric surface layer"

Quart.J.Roy.Met.Soc. 97(1971) 168-180

G. HESKESTAD

"Hot-wire measurements in a plane turbulent jet"

Trans.ASME(E) (J.Appl.Mech.) 32(1965a) 721-734

G. HESKESTAD

"A generalized Taylor hypothesis with application for high Reynolds number turbulent shear flows"

Trans.ASME(E) (J.Appl.Mech.) 32(1965b) 735-739

G. HOFMANN

"Meteorologisches Instrumentenpraktikum"

Wiss.Mitt.Met.Inst.Univ.München 5(1960)

G. HOFMANN, H. KRAUS

"Der Aufbau der meteorologischen Station beim Forschungsreaktor München"

Wiss.Mitt.Met.Inst.Univ.München 7 (1962) 2-34

E. HOPF

"Statistical hydromechanics and functional calculus"

J.Rat.Mech.Anal. 1(1952) 87-123

J.C. HOUBOLT

"Atmospheric turbulence"

AIAA Journal 11(1973) 421-437

G.M. JENKINS, D.G. WATTS

"Spectral analysis and its applications"

Holden-Day, San Francisco (1968)

J.C. KAIMAL

"Measurement of momentum and heat flux variations in the surface boundary layer"

Radio Sci. 4(1969) 1147-1153

J.C. KAIMAL, J.C. WYNGAARD, Y. IZUMI, O.R. COTÉ

"Spectral characteristics of surface-layer turbulence"

Quart.J.Roy.Met.Soc. 98(1972) 563-589

T. VON KÁRMÁN, L. HOWARTH

"On the statistical theory of isotropic turbulence"

Proc.Roy.Soc.A164(1938) 192-215

B.S. KELLER, A.M. YAGLOM

"Effect of energy dissipation fluctuations on form of turbulence spectrum in extreme shortwave region"

Fluid.Dyn. 5(1970) 415-423

L.V. KING

"On the convection of heat from small cylinders in a stream of fluid: Determination of the convection constants of small platinum wires with applications to hot-wire anemometry"

Phil.Trans.Roy.Soc. A214(1914) 373-432

M.Z. KHOLMYANSKIY

"Study of microfluctuations of the derivative of the wind velocity in the ground layer of the atmosphere"

Izv.Atm.Oc. 6(1970) 242-246

M.Z. KHOLMYANSKIY

"Measurements of turbulent microfluctuations of the wind-velocity derivative in the surface layer"

Izv.Atm.Oc. 8(1972) 472-478

M.Z. KHOLMYANSKIY

"Measurements of the turbulence breakdown coefficient"

Izv.Atm.Oc. 9(1973) 453-458

A.N. KOLMOGOROV

"The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers"

Compt.Rend.(Dokl.)URSS 30 (1941a) 301-305
(s.a. GOERING (1958) 71-76)

A.N. KOLMOGOROV

"Über das logarithmisch normale Verteilungsgesetz der Dimensionen der Teilchen bei Zerstückelung"

Compt.Rend.(Dokl.)URSS 31(1941b) 99-101

A.N. KOLMOGOROV

"On degeneration of isotropic turbulence in an incompressible viscous liquid"

Compt.Rend.(Dokl.)URSS 31(1941c) 538-540
(s.a. GOERING (1958) 147-150)

A.N. KOLMOGOROV

"Dissipation of energy in the locally isotropic turbulence"

Compt.Rend.(Dokl.)URSS 32(1941d) 16-18
(s.a. GOERING (1958) 77-81)

A.N. KOLMOGOROV

"Toward a more precise notion of the local structure of turbulence in a viscous fluid at elevated Reynolds numbers"

Proc.Symp.Méc. de la Turbulence, Paris
(1962a) 447-450

A.N. KOLMOGOROV

"A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high Reynolds number"

J.Fluid Mech. 13(1962b) 82-85

R.H. KRAICHNAN

"Relation of fourth-order to second-order moments in stationary isotropic turbulence"

Phys. Rev. 107(1957) 1485-1490

R.H. KRAICHNAN

"The structure of isotropic turbulence at very high Reynolds numbers"

J.Fluid Mech. 5(1959) 497-543

R.H. KRAICHNAN

"On Kolmogorov's inertial-range theories"

J.Fluid Mech. 62(1974) 305-330

H. KRAUS

"Die Energieumsätze in der bodennahen Atmosphäre"

Ber.Dt.Wetterd. 117(1970)

A.Y. KUO

"Experiments on the internal intermittency in turbulent flow"

Ph.D.Thesis, John-Hopkins-Univ. (1970)

A.Y. KUO, S. CORRSIN

"Experiments on internal intermittency and fine-structure distribution functions in fully turbulent fluid"

J.Fluid Mech. 50(1971) 285-319

A.Y. KUO, S. CORRSIN

"Experiment on the geometry of the fine-structure regions in fully turbulent fluid"

J.Fluid Mech. 56(1972) 447-479

V.R. KUZNETZOV

"On the probability distribution of the difference of velocities at two distinct points of a homogeneous isotropic turbulent flow"

Appl.Math.Mech. 31(1967) 1069-1073

L.D. LANDAU, E.M. LIFSCHITZ

"Lehrbuch der theoretischen Physik, Bd. VI: Hydrodynamik"

Akademie-Verlag, Berlin (1966)
(1. russ. Aufl. 1944)

S.E. LARSEN

"Hot-wire measurements of atmospheric turbulence near the ground"

Risø-Report 233 (1974), Vorabdruck

C.C. LIN

"On Taylor's hypothesis and the acceleration terms in the Navier-Stokes equations"

Quart.Appl.Math. 10(1953) 295-306

J.L. LUMLEY, H.A. PANOFSKY

"The structure of atmospheric turbulence"

Wiley and Sons, New York (1964)

B.B. MANDELBROT

"Intermittent turbulence in self-similar cascades: divergence of high moments and dimension of the carrier"

J.Fluid Mech. 62(1974) 331-358

G.A. McBEAN, J.A. ELLIOTT

"The vertical transports of kinetic energy by turbulence and pressure in the boundary layer"

J.Atm.Sci. 32 (1975) 753-766

M.D. MILLIONSHCHIKOV

"Decay of homogeneous isotropic turbulence in a viscous incompressible fluid"

Compt.Rend.(Dokl.)URSS 22(1939a) 231-235

M.D. MILLIONSHCHIKOV

"Decay of turbulence in wind tunnels"

Compt.Rend.(Dokl.)URSS 22(1939b) 236-237

M.D. MILLIONSHCHIKOV

"On the theory of homogeneous isotropic turbulence"

Compt.Rend.(Dokl.)URSS 32(1941a) 615-618

M.D. MILLIONSHCHIKOV

"On the rôle of third moments in isotropic turbulence"

Compt.Rend.(Dokl.)URSS 32(1941b) 619-621

E. MOLLO-CHRISTENSEN

"Intermittency in large-scale turbulent flows"

Ann.Rev.Fluid Mech. 5(1973) 101-118

A.S. MONIN, A.M. YAGLOM

"Statistical fluid mechanics: Mechanics of turbulence,
vol.1,2"

MIT-Press, Cambridge (1971,1975)

E.A. NOVIKOV

"Variation in the dissipation of energy in a turbulent
flow and the spectral distribution of energy"

Appl.Math.Mech. 27(1963) 1445-1450

E.A. NOVIKOV

"High-order correlations in turbulent flow"

Izv.Atm.Oc.1(1965b) 455-459

E.A. NOVIKOV

"Mathematical model for the intermittence of turbulent
flow"

Sov.Phys.Dokl. 11(1966) 497-499

E.A. NOVIKOV

"Scale similarity for random fields"

Sov.Phys.Dokl. 14(1969) 104-107

E.A. NOVIKOV

"Intermittency and scale similarity in the structure
of a turbulent flow"

Appl.Math.Mech. 35(1971) 231-241

E.A. NOVIKOV, R.W. STEWART

"The intermittency of turbulence and the spectrum of
energy dissipation fluctuations"

Izv.Geophys.11(1964) 245-248

A.M. OBUKHOV

"On the energy distribution in the spectrum of a tur-
bulent flow"

Compt.Rend.(Dokl.)URSS 32(1941a) 19-21
(s.a. GOERING (1958) 83-96 und OBUKHOV (1941b))

A.M. OBUKHOV

"Über die Energieverteilung im Spektrum einer turbulen-
ten Strömung"

Izv. AN USSR Geogr.i.Geofiz. 4-5(1941b) 453
(s.a. GOERING (1958) 83-96 und OBUKHOV (1941a))

A.M. OBUKHOV

"Some specific features of atmospheric turbulence"

J.Geophys.Res. 67(1962a) 3011-3014

A.M. OBUKHOV

"Some specific features of atmospheric turbulence"

J.Fluid Mech. 13(1962b) 77-81

Y. OGURA

"A consequence of the zero-fourth-cumulant approximation
in the decay of isotropic turbulence"

J.Fluid Mech. 16(1963) 33-40

S.A. ORSZAG

"Indeterminacy of the moment problem for intermittent
turbulence"

Phys.Fluids 13(1970) 2211-2212

Y.M. PAO, A. GOLDBURG (Herausg.)

"Clear Air turbulence and its detection"

Plenum-Press, New York (1969)

J.E. PAQUIN, S.POND

"The determination of the Kolmogoroff constants for ve-
locity, temperature and humidity fluctuations from se-
cond- and third-order structure functions"

J.Fluid Mech. 50(1971) 257-269

S.POND, R.W. STEWART

"Measurements of the statistical characteristics of
small-scale turbulent motions"

Izv.Atm.Oc. 1(1965) 530-533

S. POND, R.W. STEWART, R.W. BURLING

"Turbulence Spectra in the wind over waves"

J.Atm.Sci. 20(1963) 319-324

N.K. RAZUMOVSKY

"Distribution of metal values in ore deposits"

Compt.Rend.(Dokl.)URSS 28(1940) 814-816

R.RAYMENT

"An observational study of the vertical profile of the
high frequency fluctuations of the wind in the at-
mospheric boundary layer"

Bound.Lay.Met. 3(1973) 284-300

M.ROSENBLATT, C.VAN ATTA (Herausg.)

"Statistical models and turbulence"

Lecture Notes in Physics 12, Springer-Verlag,
Berlin (1972)

R. ROTH

"On the existence of a relation between the Kolmogoroff and von Kármán constants"

Bound.Lay.Met. 1(1970) 131-136

R. ROTH

"Turbulence Spectra with two separated regions of production"

J.Appl.Met. 10(1971) 430-432

J.C. ROTTA

"Turbulente Strömungen"

B.G. Teubner, Stuttgart (1972)

P.G. SAFFMAN

"Lectures on homogeneous turbulence"

aus N.J. ZABUSKY (1968) 485-614

P.G. SAFFMAN

"Dependence on Reynolds number of high-order moments of velocity derivatives in isotropic turbulence"

Phys.Fluids 13(1970) 2193-2194

C.M. SHEIH, H. TENNEKES, J.L. LUMLEY

"Airborne hot-wire measurements of the small-scale structure of atmospheric turbulence"

Phys.Fluids 14(1971) 201-215

R.W. STEWART

"Triple velocity correlations in isotropic turbulence"

Proc.Camb.Phil.Soc. 47(1951) 146-157

R.W. STEWART

"Turbulence and waves in a stratified atmosphere"

Radio Sci. 4(1969) 1269-1278

R.W. STEWART, J.R. WILSON, R.W. BURLING

"Some statistical properties of small scale turbulence in an atmospheric boundary layer"

J.Fluid Mech. 41(1970) 141-152

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN

"Hochschul- und Forschungsgelände Garching, Strukturplanung 1970"

Bauamt der Techn.Univ., München (1970)

H. TENNEKES

"Simple model for the small-scale structure of turbulence"

Phys.Fluids 11(1968) 669-671

H. TENNEKES

"Intermittency of the small-scale structure of
atmospheric turbulence"

Bound.Lay.Met. 4(1973) 241-250

H. TENNEKES, J.L. LUMLEY

"A first course in turbulence"

MIT-Press, Cambridge (1972)

H. TENNEKES, J.C. WYNGAARD

"The intermittent small-scale structure of turbulence:
data-processing hazards"

J.Fluid Mech. 55(1972) 93-103

A.A. TOWNSEND

"The measurement of double and triple correlation
derivatives in isotropic turbulence"

Proc.Camb.Phil.Soc. 43(1947) 560-570

A.A. TOWNSEND

"On the fine-scale structure of turbulence"

Proc.Roy.Soc.A 208(1951) 534-542

C.W. VAN ATTA

"Influence of fluctuations in local dissipation rates
on turbulent scalar characteristics in the inertial
subrange"

Phys.Fluids 14(1971) 1803-1804 und
16(1973) 574 (Erratum)

C.W. VAN ATTA, W.Y. CHEN

"Structure functions of turbulence in the atmospheric
boundary layer over the ocean"

J.Fluid Mech. 44(1970) 145-159

C.W. VAN ATTA, J. PARK

"Statistical self-similarity and inertial subrange
turbulence"

aus ROSENBLATT u. VAN ATTA (1972) 402-426

C.W. VAN ATTA, T.T. YEH

"The structure of internal intermittency in turbulent
flows at large Reynolds number:
experiments on scale similarity"

J.Fluid Mech. 59 (1973) 537-559

E.K. WEBB

"Ratio of spectrum and structure-function constants
in the inertial subrange"

Quart.J.Roy.Met.Soc. 90(1964) 344-346

I. WYGNANSKI, H.E. FIEDLER

"The two-dimensional mixing region"

J.Fluid Mech. 41(1970) 327-361

J.C. WYNGAARD

Ph.D.Thesis, Pennsylv.State Univ. (1967)

J.C. WYNGAARD

"Spatial resolution of the vorticity meter and other
hot-wire-arrays"

J.Sci.Instr.Ser.2 (J.Phys.E), 2(1969) 983-987

J.C. WYNGAARD, O.R. COTÉ

"The budgets of turbulent kinetic energy and temperature
variance in the atmospheric surface layer"

J.Atmos.Sci. 28 (1971) 190-201

J.C. WYNGAARD, Y.H. PAO

"Some measurements of the fine structure of large
Reynolds number turbulence"

aus ROSENBLATT u. VAN ATTA (1972) 384-401

J.C. WYNGAARD, H. TENNEKES

"Measurements of the small-scale structure of turbulence
at moderate Reynolds numbers"

Phys.Fluids 13(1970) 1962-1969

A.M. YAGLOM

"The influence of fluctuations in energy dissipation
on the shape of turbulence characteristics in the
inertial interval"

Sov.Phys.Dokl. 11(1966) 26-29

N.J. ZABUSKY (Herausg.)

"Topics in Non-Linear Physics"

Springer-Verlag, Berlin (1968)

9. Definitionen, Bezeichnungen und Schreibweisen

Größe	Bedeutung	Dimension
$a' = a - \bar{a}$	Zerlegung einer Meßgröße a in einfaches zeitliches Mittel $\bar{a}$ und turbulenten Anteil a'	D
$a' = a - \tilde{a}$	Zerlegung einer Meßgröße a in gewichtetes zeitliches Mittel $\tilde{a} = \frac{\bar{a}}{\bar{g}}$ und turbulenten Anteil a''	D
$\overline{a^p}$	p.Moment von a	D^p
$\bar{a} = m$	Mittel	D
$\overline{a^2} = \sigma_a^2$	Varianz (evtl. normiert mit $(\bar{a})^2$)	D^2
$\frac{\overline{a^3}}{(\sigma_a^2)^{3/2}} = S_a$	Schiefe (auch Excess, Skewness)	-
$\frac{\overline{a^4}}{(\sigma_a^2)^2} = K_a$	Kurtosis (auch Coefficient of Excess, Flatness)	-
$B_{ij}(\vec{r})$	Korrelationstensor (siehe (2.26))	D^2
$B_{aa}(\tau)$	(Auto-) Korrelationsfunktion	D^2
$B_{aa}(\tau)$	(Normierung: i.a. mit σ_a^2) (siehe (3.11))	
c_p	spez. Wärmekapazität der Luft bei konstantem Druck ($\approx 1005 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$)	$\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
c_v	spez. Wärmekapazität der Luft bei konstantem Volumen ($\approx 718 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$)	$\text{J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
CLT	Central Limit Theorem (siehe vor(3.85))	
$D_a^{(p)}(\tau)$	Strukturfunktion p.Ordnung von a (Normierung: mit $(\sigma_a^2)^{p/2}$: p.Moment von Δa mit $(D_a^{(p)})^{p/2}$: siehe $M_a^{(p)}$)	D^p
$E_{aa}(k)$	a-Spektrum Spektrale Verteilung von σ_a^2 über k (siehe (3.3))	D^2_m
$E'_{aa}(f)$	a-Spektrum Spektrale Verteilung von σ_a^2 über f (siehe (3.2))	$D^2 \text{ s}^{-1}$

Größe	Bedeutung	Dimension
$f = \frac{\overline{U}}{2\pi}$	Frequenz	s^{-1}
g	Erdbeschleunigung ($\approx 9.81 \text{ ms}^{-2}$)	ms^{-2}
	Inertial Subrange: Bereich $\eta \ll r \ll L$ bzw. $L^{-1} \ll k \ll \eta^{-1}$	-
$K = \frac{2\pi f}{\overline{U}}$	Wellenzahl	m^{-1}
$K_a = \overline{a''^4} / (\overline{a''^2})^2$	Kurtosis Flatness von a	-
$K_{a,i}$	implied Kurtosis (siehe (3.31), (3.34))	-
$L = \int_0^\infty \frac{B_{aa}(\nu)}{\overline{a''^2}} d\nu$	Macroscale, Größenordnung etwa 5 m	m
LNH	Lognormal-Hypothese (siehe 33.)	-
$m = \overline{a}$	Mittel von a	D
$M_a^{(p)}$	Mit $(D_a^{(2)})^{p/2}$ normierte Strukturfunktion p.Ordnung: p=3 Skewnessfactor, p=4 Flatnessfactor (siehe vor (6.1))	-
$n = \frac{f z}{\overline{U}} = \frac{k z}{2\pi}$	dimensionslose Frequenz	-
p	Luftdruck	$\text{kg m}^{-1} \text{ s}^{-2}$
p	Ordnung von Momenten, Strukturfunktionen u.a.	-
q_i	Energiestrom durch molekulare Wärmeleitung und Strahlung	kg s^{-3}
$\vec{r}, r$	Distanz (z.B. in Strukturfunktion)	m
$Re = \frac{L \overline{U}}{\nu}$	REYNOLDS-Zahl	-
$Re_\lambda = \frac{\lambda \overline{u}}{\nu}$	interne (turbulente) REYNOLDS-Zahl, es gilt für isotrope Turbulenz: $Re_\lambda \sim \frac{L}{\lambda}, Re_\lambda^{4/3} \sim \frac{\lambda}{\eta}, Re_\lambda^{3/2} \sim \frac{L}{\eta}$	-
$Ri = \frac{g}{T} \frac{(\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial z})}{(\frac{\partial \overline{U}}{\partial z})^2}$	RICHARDSON-Zahl	-

Größe	Bedeutung	Dimension
$S_a = \overline{a^3}/(\overline{a^2})^{3/2}$	Schiefte, Skewness von a	-
$S_{a,i}$	implied Skewness (siehe (3.30), (3.33))	-
S_{ij}	molekularer Reibungstensor (siehe (2.3))	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$
-	Skalig: in dieser Arbeit: Vorgang, Größe mit den charakteristischen Abmessungen $\tau \geq L \approx 5 \text{ m}$ $t \geq L/\bar{U} \approx 1 \text{ s}$	-
-	Subskalig: entsprechend: $1 \text{ mm} \approx \eta \leq \tau \leq L \approx 5 \text{ m}$ $0.001 \text{ s} \leq t \leq 1 \text{ s}$	-
-	Slope: Größe p wenn $A \sim k^p$ gilt	-
t, τ	Zeit	s
T, T_t	(Trocken-) Temperatur	K
T_f	Feuchttemperatur	K
$\bar{U} = \bar{\vec{U}} $	mittlere Windgeschwindigkeit	ms^{-1}
$\vec{U} = (u, v, w)$ $= (u_1, u_2, u_3)$	Vektor der Windgeschwindigkeit Komponenten: u_i	ms^{-1}
$u_* = \sqrt{-u'w'}$	Schubspannungsgeschwindigkeit ($u_* \approx 10 \text{ cm s}^{-1}$)	ms^{-1}
$\vec{X} = (x, y, z)$ $= (x_1, x_2, x_3)$	Ortsvektor Komponenten: x_i	m
z	Meßhöhe, Höhe, Vertikalkoordinate (Experimente 1972/73: $z=5 \text{ m}$)	m
z/L_*	Stabilitätsparameter mit der MONIN-OBUKHOV-Länge $L_* = \frac{u_*}{\alpha} \tau_{ij} / [\frac{g}{c_p \bar{T}} L]$ Es gilt $z/L_* = \varphi_m Ri$ mit der empirisch bestimmten Funktion φ_m $\bar{L}$ ist die Vertikalkomponente des Stroms fühlbarer Wärme $\bar{L} = -c_p \bar{g} w' \bar{\theta}'$	-

Größe	Bedeutung	Dimension
α_a	KOLMOGOROV-Konstante des a-Spektrums ($\alpha_a \approx 0.48$)	-
$\beta_{a,p}$	KOLMOGOROV-Konstante der Strukturfunktion p. Ordnung von a	-
$\Delta a(r) =$ $a(x+r) - a(r)$	Increment von a	D
ϵ	Dissipation (in 5 m Höhe einige $100 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-3}$)	$\text{m}^2 \text{ s}^{-3}$
$\eta = \nu^{3/4} \epsilon^{-1/4}$	KOLMOGOROV-Microscale ($\approx 1 \text{ mm}$)	m
$\mathcal{K}$	VON KÁRMÁN-Konstante (≈ 0.4)	-
$\lambda = \frac{\epsilon_u}{[(\partial u / \partial x)^2]^{1/2}}$ $= \sqrt{\frac{45 \nu \epsilon_u}{\epsilon}}$	Taylor-Microscale (auch Dissipationslänge) ($\approx 0.1 - 0.01 \text{ m}$)	m
μ_p ($\mu_2 = \mu$)	Universelle Konstanten der LNH	-
μ	dynamische Zähigkeit (Luft von 15° C : $179 \cdot 10^{-7} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$)	$\text{kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$
ν	kinematische Zähigkeit	$\text{m}^2 \text{ s}^{-1}$
$\varphi(a)$	Verteilungsfunktion der Häufigkeitsverteilung von a	-
$\phi [h \leq h'] \%$ $= 100 \int_{-\infty}^{h'} \varphi(h) dh$	Integrale Verteilungsfunktion von a (Angabe in %) mit $h = (a - \bar{a}) / \epsilon_a$	-
Φ	Geopotential	$\text{m}^2 \text{ s}^{-2}$
Ψ	Dissipationsfunktion (siehe 2.13)	$\text{kg m}^{-1} \text{ s}^{-3}$
ρ	Dichte der Luft ($\approx 1.293 \text{ kg m}^{-3}$)	kg m^{-3}
$\sigma_a^2 = \overline{a'^2}$	Varianz von a	D^2
$\tau_{ij} = -\rho \overline{u_i' u_j'}$	Schubspannungstensor (REYNOLDS-Stress-Tensor)	$\text{kg s}^{-2} \text{ m}^{-1}$
ϑ_t, ϑ_f	(Trocken-) Temperatur, Feuchtttemperatur	$^\circ \text{C}$
$\Theta = T \left(\frac{p_0}{p} \right)^{0.2894}$	potentielle Temperatur ($p_0 = 1000 \text{ mb}$)	K
$\vec{\omega} = \text{rot } \vec{u}$	Vorticity	s^{-1}

Lebenslauf

Ich wurde als einziger Sohn des Kaufmanns Fritz Freytag und seiner Frau Hedwig am 7. Dezember 1943 in Plauen/Vogtland geboren.

Im Jahre 1950 übersiedelte meine Familie von dort nach Heubach/Württemberg. In Heubach besuchte ich 4 Klassen der Grundschule und anschließend 6 Klassen des Progymnasiums. Nach weiteren drei Jahren legte ich am 8. März 1963 am Parler-Gymnasium in Schwäbisch Gmünd die Reifeprüfung ab. Nach der Dienstzeit bei der Bundeswehr begann ich im Sommersemester 1965 in Tübingen mit dem Studium der Physik. Nach der Vordiplomprüfung in Tübingen setzte ich mein Studium im Wintersemester 1967/68 an der Universität München und ab dem Wintersemester 1968/69 an der Technischen Universität München fort.

Unter der Leitung von Prof. Dr. Wild fertigte ich dort eine Diplomarbeit aus dem Gebiet der Kernphysik mit dem Titel "Ein verallgemeinertes Hartree-Fock-Verfahren" an und bestand am 5. Mai 1971 die Diplom-Hauptprüfung. Seit dem 22. April 1971 bin ich am Meteorologischen Institut der Universität München als wissenschaftlicher Angestellter beschäftigt. Dort begann ich 1973 mit den experimentellen Untersuchungen der Energiedissipation, die Grundlage für die hier vorgelegte Arbeit sind.

Carl Freytag

(Carl Freytag)

